МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ЭКОНОМИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра алгебраических и информационных систем

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.Б.13 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки	02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
Направленность (профиль)	Информатика и компьютерные науки
Тип образовательной программы	академический бакалавриат
Квалификация (степень) выпускника	БАКАЛАВР
Форма обучения	очная

Иркутск 2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины 4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП 4
3. Требования к результатам освоения дисциплины 4
4. Объем дисциплины и виды учебной работы 5
5. Содержание дисциплины 6
5.1. Содержание разделов и тем дисциплины ..... …6
5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами 8
5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий 8
6. Перечень практических занятий 9
6.1. План самостоятельной работы студентов 11
6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов 12
7. Примерная тематика курсовых работ 13
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 13
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины 14
10. Образовательные технологии 14
11. Оценочные средства (ОС) 14

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование у будущего бакалавра теоретических знаний и практических навыков по применению теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач.

Задачи:

– изучить вопросы построения математических моделей случайных экспериментов;

– выработать навыки применения изученных методов при решении практических задач;

– показать студентам универсальный характер вероятностных и статистических методов для получения комплексного представления при создании математических моделей изучаемых систем и объектов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в профессиональный цикл общих математических дисциплин; данная дисциплина опирается на предшествующие ей дисциплины «Математический анализ», «Дискретная математика».

Данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин: «Эконометрика», «Теория информации», и др.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенции:

ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями

ПК-1 способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- теоретические основы теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов;
- определения и свойства математических объектов в этой области;
- формулировки основных утверждений, методы их доказательства;

- возможные сферы их приложений, методы применения на практике.

Уметь:

- решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов;
- доказывать основные утверждения;
- проводить статистический анализ данных и оценивать погрешность и достоверность результатов.

Владеть:

- математическим аппаратом теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов;
- методами решения задач и доказательства утверждений в этой области;
- методами статистической обработки данных.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Год набора	**2013 г.**		**2016 г.**	
Вид учебной работы	**Всего часов / зачетных единиц**	**семестр 3**	**Всего часов / зачетных единиц**	**семестр 5**
Аудиторные занятия (всего)	**66/1,83**	**66**	**66/1,83**	**66**
В том числе:				
Лекции	30/0,83	30	30/0,83	30
Практические занятия (ПЗ)	30/0,83	30	30/0,83	30
Лабораторные работы (ЛР)				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6/0,17	6	6/0,17	6
Самостоятельная работа (всего)	**6/0,17**	**6**	**51/1,42**	**51**
В том числе:				
Курсовой проект (работа)				
Расчетно-графические работы				
Реферат (при наличии)				
Другие виды самостоятельной				

работы				
Домашняя работа	2/0,06	2	31/0,86	31
Подготовка к экзамену	4/0,11	4	20/0,56	20
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	**36/1**	**36**	**27**	**27**
Контактная работа (всего)				
Общая трудоемкость часы	**108**	**108**	**144**	**144**
зачетные единицы	**3**	**3**	**4**	**4**

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины

№ темы	Название разделов (тем)	Краткое содержание раздела (темы)
	ВВЕДЕНИЕ	Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики.
1	**СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ**	Соотношения между событиями. Поле событий.
	Различные подходы определения вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей	Классическое определение вероятностей. Свойства вероятностей. Геометрическое определение вероятностей. Статистический подход к определению вероятностей.
	Основные теоремы	Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
	Схема независимых испытаний	Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона
2	**СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ**	Определение случайных величин. Спектр случайной величины. Типы случайных величин.
	Функция распределения случайных величин	Законы распределения. Функция распределения, ее основные свойства.

		Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал
	Функция плотности случайной величины	Функция плотности вероятности, ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины
	Основные числовые характеристики случайной величины	Математическое ожидание случайной величины. Математическое ожидание от функции случайных аргументов. Основные теоремы о математическом ожидании. Дисперсия. Основные теоремы о дисперсии. Понятие о моментах высших порядков. Асимметрия. Эксцесс
	Типы законов распределения	Равномерное распределение. Экспоненциальное распределение. Распределение Пуассона. Биномиальное распределение. Нормальный закон распределения и его свойства.
3	**СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ**	Случайные векторы. Числовые характеристики случайного вектора. Условные распределения и условные математические ожидания. Понятие о корреляции. Коэффициент корреляции. Корреляционная матрица.
4	**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ**	Неравенство Чебышева. Сходимость по вероятности. Понятие о законе больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышева, Пуассона, Бернулли. Закон распределения суммы случайных величин. Центральная предельная теорема Ляпунова.
5	**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**	Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем. Марковские процессы. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Нахождение

		характеристик случайных процессов
6	**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**.	Задачи математической статистики. Приемы построения эмпирических законов распределения.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин					
		1	2	3	4	5	6
1	Теория графов	+	+	+	+	+	+

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

2013г.

№ п/п	Наименование темы	Виды занятий в часах						
		Лекции	Практические занятия	Семинары	Лабораторные занятия	КСР	СРС	Всего
1	Случайные события	6	6	-	-	2	1	15
2	Случайные величины	12	12	-	-	2	1	27
3	Случайные векторы	4	4	-	-	1	1	10
4	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ	4	4	-	-	1	1	10
5	Основные понятия случайных процессов	2	2	-	-		1	5
6	Математическая статистика	2	2	-	-		1	5
	ИТОГО	**30**	**30**	**-**	**-**	**6**	**6**	**72**

2016гг.

№ п/п	Наименование темы	Виды занятий в часах						
		Лекции	Практические занятия	Семинары	Лабораторные занятия	КСР	СРС	Всего
1	Случайные события	6	6	-	-	2	6	20
2	Случайные величины	12	12	-	-	2	10	36
3	Случайные векторы	4	4	-	-	1	6	15
4	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ	4	4	-	-	1	6	15
5	Основные понятия случайных процессов	2	2	-	-		15	19
6	Математическая статистика	2	2	-	-		8	12
	ИТОГО	30	30	-	-	6	51	117

6. Перечень практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	Наименование практических занятий и лабораторных работ	№ темы дисциплины	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции
			2013	2016		2013г. 2016г.
			Практические занятия	Практические занятия		
1.	Соотношения между событиями. Поле событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятностей. Свойства вероятностей.	**1**	**2**	**2**	Коллоквиум и контрольная работа	ОПК-1
2.	Теорема сложения и умножения вероятностей.	**1**	**2**	**2**	Коллоквиум и контрольная	ОПК-1

	Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.				работа	
3.	Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона	**1**	**2**	**2**	Коллоквиум и контрольная работа	ОПК-1
4.	Определение случайных величин. Типы случайных величин. Законы распределения. Функция распределения, ее основные свойства.	**2**	**2**	**2**	Коллоквиум и контрольная работа	ОПК-1
5.	Числовые характеристики случайных величин. Основные теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Понятие о моментах высших порядков.	**2**	**2**	**2**	Коллоквиум и контрольная работа	ОПК-1
6.	Распределение Пуассона. Биномиальное распределение.	**2**	**4**	**4**	Семестровое задание	ОПК-1
7.	Равномерное, экспоненциальное распределение. Нормальный закон распределения и его свойства.	**2**	**4**	**4**	Семестровое задание	ОПК-1
8.	Случайные векторы. Числовые характеристики случайного вектора. Условные распределения и условные математические ожидания. Понятие о корреляции. Коэффициент корреляции. Корреляционная	**3**	**4**	**4**	Домашняя контрольная работа	ОПК-1

	матрица					
9.	Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.	**4**	**4**	**4**	Самостоятельная работа	ОПК-1
10.	Основные понятия случайных процессов	**5**	**2**	**2**	Презентация	ОПК-1
11	Основные задачи математической статистики	**6**	**2**	**2**	РГР	ОПК-1 ПК-1

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов	
					2013г.	2016г.
1-3	Случайные события	Подготовка к коллоквиуму и контрольной работе	См. п. 11.2	[1-3]	1	6
3-9	Случайные величины	Выполнение семестрового задания Подготовка к коллоквиуму и контрольной работе	См. п. 11.2	[1-3]	1	10
9-11	Случайные векторы	Домашняя контрольная работа	См. п. 11.2	[1-3]	1	6
11-13	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ	Подготовка к самостоятельной работе	См. п. 11.2	[1-3]	1	6
14	Основные понятия случайных процессов	Подготовка презентаций	См. п. 11.2	[1-3]	1	15

15	Математическая статистика	Сбор статистического материала для РГР	См. п. 11.2	[1-3]	1	8

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Самостоятельная работа реализуется:

1) Непосредственно в процессе аудиторных занятий, при выполнении практических работ.
2) В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов - олимпиад, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3) В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при оформлении семестровых работ и подготовке к их защите.

Самостоятельной работа студентов может быть как в аудитории, так и вне ее.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает в себя подготовку к устным опросам по каждому из изучаемых разделов. Также самостоятельная работа подразумевает систематический подход к обучению, в соответствии с предложенным в разделе 6.1 графиком, что, в свою очередь, способствует подготовке к экзамену по данной дисциплине.

Самостоятельная работа носит деятельностный характер и поэтому в ее структуре можно выделить компоненты, характерные для деятельности как таковой: мотивационные звенья, постановка конкретной задачи, выбор способов выполнения, исполнительское звено, контроль. В связи с этим можно выделить условия, обеспечивающие успешное выполнение самостоятельной работы:

1. Мотивированность учебного задания (для чего, чему способствует).

2. Четкая постановка познавательных задач.

3. Алгоритм, метод выполнения работы, знание студентом способов ее выполнения.

4. Четкое определение форм отчетности, объема работы, сроков ее представления.

5. Определение видов консультационной помощи (консультации - установочные, тематические, проблемные).

6. Критерии оценки, отчетности и т.д.

В начале семестра на первом же занятии студенты ознакомлены с целями, средствами, трудоемкостью, сроками выполнения, формами контроля и самоконтроля СРС. В системе образовательного портала ИГУ (http://educa.isu.ru/) размещены материалы лекций, рекомендации к выполнению практических работ и варианты коллоквиумов и контрольных работ.

7. Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – 12-е изд., перер. – М.: Высшее образование, 2007, 2006. – 479 с. – 23 экз.
2. Докин В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Н. Докин, Т. Г. Тюрнева. – Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 2007. – 183 с. ISBN 978-5-9624-0141-6. – 93 экз.
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций, 3-е изд., перераб. / Под общей ред. А.А. Свешникова. – СПб.: Лань, 2007. – 448 с. – 25 экз.

б) дополнительная литература

1. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика. Основы эконометрики: учеб. для студ. экон. спец. вузов: В 2 т. – 2-е изд.,испр. - М.: Юнити. Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика. – 2-е изд.,испр. – 2001. – 656 с. – 6 экз.
2. Большев Л. Н. Таблицы математической статистики/ Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука, 1983. – 416 с. – 2 экз.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с. – 1 экз.

4. Кельберт М. Я., Сухов Ю. М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.1: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. М.: МЦНМО, 2007. – 456 с. – 1 экз.
5. Кельберт М. Я., Сухов Ю. М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. М.: МЦНМО, 2010. – 560 с. – 2 экз.

в) программное обеспечение:

Программное обеспечение Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1) НБ ИГУ http://library.isu.ru/ru
1) ЭЧЗ «Библиотех» https://isu.bibliotech.ru/
2) ЭБС «Лань» http://e.lanbook.com/
3) ЭБС «Руконт» http://rucont.ru
4) ЭБС «Айбукс» http://ibooks.ru
5) В системе образовательного портала ИГУ (http://educa.isu.ru/) размещены методические материалы и задания по дисциплине.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Специализированная (учебная) мебель; доска для мела/маркера, оборудование для презентации учебного материала:

- стационарный проектор Casio XJ-V1, GA1024*768; - ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz.

10. Образовательные технологии

Используются как традиционные типы лекций: вводная, текущая, заключительная, обзорная, так и нетрадиционные, например, лекция – диалог: содержание подается через серию вопросов, на которые слушатель должен отвечать непосредственно в ходе лекции или лекция с применением игровых ситуаций (метода «мозговой атаки», метода конкретных ситуаций и т. д.), когда слушатели сами формируют проблему и сами пытаются ее решить.

11. Оценочные средства (ОС)

11.1. Оценочные средства для входного контроля

Не предусмотрены

11.2. Оценочные средства текущего контроля

Система контрольных мероприятий должна обеспечивать объективную оценку знаний и навыков студентов, способствовать повышению эффективности всех видов учебных занятий, включая и самостоятельную работу. Система контроля включает: опрос обучаемых на практических занятиях; коллоквиум; проверку выполнения текущих заданий; проверку и оценку результатов самостоятельной работы обучаемых под руководством преподавателя; контрольные работы; защиту расчетных работ; экзамен. Оценочные средства составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка средств. Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

Тема I

1. **Коллоквиум по теории вероятностей**

Вариант 1

1. Записать словесно противоположные события для А= {среди трёх билетов лотереи по крайней мере два выигрышных} и В= {среди четырех юношей два семнадцатилетних}.
2. В очереди три человека. Событие A_i= {*i-ым* в очереди стоит мужчина}, *i=1,2,3.* Записать алгебраически и показать на диаграмме Эйлера – Венна события *A*= {в очереди все не мужчины}, В= {в очереди более одного мужчины}, С= {в очереди хотя бы один не мужчина}, D= {в очереди только один мужчина}.
3. Событие А= {выигрыш по билету одной лотереи}, событие В= {выигрыш по билету другой лотереи}. Что означают события $\overline{A+B}$, $\overline{A}+\overline{B}$, $\overline{A\cdot B}$, $\overline{A}\cdot\overline{B}$?

2. **Контрольная работа по теории вероятностей**

1. Из шести карточек, образующих слово «ЛИТЕРА», наудачу выбирают четыре и выкладывают слева направо. Найдите вероятность Р(А) того, что в результате получится слово «ТИРЕ».
2. В партии из 12 изделий три нестандартных. Определите вероятности того, что среди выбранных наугад двух изделий окажется:
   хотя бы одно нестандартное изделие;
   ровно два нестандартных изделия.
3. Из колоды в 36 карт, наугад извлекают одну. Событие *A*={извлеченная карта черной масти}, а событие *B*={извлеченная карта – «дама»}. Определить, являются ли зависимыми события *A* и *B*.

4. В каждой из двух урн по 3 белых и 2 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили наудачу два шара, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что переложены белые шары при условии, что из второй урны вынут белый шар.

Тема 2

1. Семестровое задание по предмету

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Характеристики основных вероятностных распределений. Моделирование распределений случайных величин.

1. Изучить основные свойства, характеристики и зависимость от параметров следующих распределений:

1. биномиального, 2. пуассоновского, 3. геометрического, 4. равномерного, 5. показательного, 6. нормального, 7. хи-квадрат, 8. Стьюдента, 9. Фишера.

Для каждого из распределений дать определение математической или физической модели, указать область, где оно встречается и используется.

Записать функцию распределения, ряд распределения или плотность распределения, параметры, математическое ожидание, дисперсию, описать особенности формы распределения и асимптотические свойства.

Для своего варианта V, где V-номер студента в списке группы, определить параметры распределений случайных величин.

Функция V mod a равна остатку от деления числа V на a.

1. ***X_1 имеет биномиальное распределение B (n, p).***
   Параметры определить по формулам:

$$n = \begin{cases} 10, \text{если } 1 \le V \le 10, \\ 15, \text{если } 10 < V \le 20. \end{cases} \qquad p = \begin{cases} \frac{V mod 10}{10}, & \text{если } V \ne 10 \text{ и } V \ne 20, \\ 0{,}1, & \text{если } V = 10, \\ 0{,}5, & \text{если } V = 20. \end{cases}$$

2. ***X_2 имеет распределение Пуассона П(λ).***

$$\lambda = (V mod 3) + 5.$$

3. X_3 имеет геометрическое распределение G(p).

$$p = \begin{cases} \frac{V mod 10}{10}, & \text{если } V \ne 10 \text{ и } V \ne 20, \\ 0{,}1, & \text{если } V = 10, \\ 0{,}5, & \text{если } V = 20. \end{cases}$$

4. ***X_4 имеет равномерное распределение R (a, b).***

a = (V mod 10) - 9 b = a + 10.

5. X_5 имеет экспоненциальное распределение Ex (λ).

$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{Vmod10}{10}, & \text{если } V \neq 10 \text{ и } V \neq 20, \\ 0{,}1, & \text{если } V = 10, \\ 0{,}5, & \text{если } V = 20. \end{cases}$$

6. X_6 имеет нормальное распределение N (m, σ^2).

$$\text{m} = (Vmod10) - 5, \quad \sigma^2 = (Vmod3) + 1.$$

7. X_7 имеет распределение хи-квадрат χ^2(k)

$$k = (Vmod10) + 7.$$

8. X_8 имеет распределение Стьюдента T(k)

$$k = (Vmod10) + 2.$$

9. X_9 имеет распределение Фишера F (k_1, k_2)

$$k_1 = (Vmod10) + 7,$$
$$k_2 = (Vmod5) + 8.$$

2. Выполнить следующие расчеты:

1. Для каждого из распределений определить точные значения математического ожидания и дисперсии.

2. Для непрерывных распределений вычислить значения квантилей

порядков 0, 25; 0,5.

3. Вычислить и показать на графиках плотности распределений соответствующие вероятности $p_k = P\{|X - MX| < k\sigma\}$, где $k = 1,2,3.$

Для распределений 4, 5, 6.

2. Коллоквиум

Вариант №1

1. Понятие случайной величины и закона ее распределения. Виды случайных величин (дискретные, непрерывные). ***Дать полный и развернутый ответ, привести примеры.***
2. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке [-2;2]. Найти P(|X-MX|<σ).
3. Независимые случайные величины X и Y распределены по закону Пуассона с параметрами 3 и 5. Найдите характеристическую функцию случайной величины X + Y.
4. Найти начальный момент второго порядка случайной величины X, распределенной по

биномиальному закону с параметрами n =4 и p =0,4.

5. Для случайной величины X~N (-2,9) вычислить M((3-X) · (X+5)).

6. Чему равно наиболее вероятное значение случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 3.$

3. Контрольная работа

Вариант №1

1. Дайте определение случайной величины. Приведите пример.
2. В сейсмоопасной местности создано 100 автоматических сейсмических станций. Каждая станция в течение года может выйти из строя с вероятностью 0,4. Какова вероятность того, что в течение года выйдет из строя 50 станций?
3. Может ли при каком-либо значении аргумента функция плотности распределения быть больше единицы? Ответ поясните.
4. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке [a; b]. Известно, что MX=2, DX=4/3. Найдите значения a и b.
5. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z = 3X-2Y-5, если известно, что MX=1, MY=2, DX=2, DY=3, величины X и Y независимы.
6. Случайная величина распределена по нормальному закону, MX=2, DX=25. Найти вероятности P (1<X <3), P (X <10).
7. В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наивероятнейшее число заключенных договоров после 25 визитов.
8. Запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$;

   А) запишите характеристическую функцию с.в. Y=5X + 10;

   Б) запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim B(10,\ 0,6).$

9. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции:

   а) не выше 15,3 ден. ед.;

   б) не ниже 15,4 ден. ед.;

   в) от 14, 4 до 15,6 ден. ед.

С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.

10. Завод отправил на базу 1000 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,001. Найти вероятности того, что в пути будет повреждено изделий: а) ровно 2; б) более двух; в) хотя бы одно.

Тема 3

Домашняя контрольная работа

1. Двумерная случайная величина (X, Y) распределена равномерно в области D, ограниченной снизу осью OX, а сверху кривой $y = Exp(-x^2)$. Найти совместную плотность распределения f(x,y), плотности распределения X и Y, условные плотности распределения и, основные числовые характеристики величин X и Y, коэффициент корреляции между X и Y.

2. Пусть X и Y – независимые случайные величины, имеющие показательные распределения с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Доказать, что случайные величины $X - Y$ и $\min\{X, Y\}$ независимы.

3. Заданы следующие характеристики двумерного НОРМАЛЬНОГО вектора: MX=-2, MY=3 и ковариационная матрица

$$\begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 25 \end{pmatrix}$$

Записать выражение для плотности распределения вероятностей f(x,y).

Написать уравнение регрессии Y на X.

Тема 4

Самостоятельная работа

1.Среднее число молодых специалистов, ежегодно направляемых в аспирантуру, составляет 200 человек. Оценить вероятность того, что в данном году будет направлено в аспирантуру не более 220 молодых специалистов.

2.С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что нормально распределенная случайная величина отклонится от своего математического ожидания на величину, большую трех среднеквадратических отклонений. Сравнить с точной оценкой.

3.Установить, будут ли выполнены достаточные условия применимости закона больших чисел в форме Чебышева для последовательности взаимно независимых случайных величин $\{ X_k\}$, с распределениями, задаваемыми формулами (k=1,2, …):

$$P(X_k= \pm 2^k)=2^{-(2k+1)},\ P(X_k=0)=1 - 2^{-2k}.$$

4. В страховой компании застраховано 10 000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля равна 0,006. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 12 руб. страховых и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 1000 руб. Найти вероятности следующих событий:

A = {по истечении года работы страховая компания потерпит убыток},

B = {страховая компания получит прибыль не менее чем 40 000руб.}.

Тема 5

Основы теории случайных процессов (темы для презентаций)

1. Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов.
2. Основные характеристики случайного процесса: математическое ожидание; дисперсия; корреляционная функция. (3 темы).
3. Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле.
4. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов.
5. Дифференцирование и интегрирование случайных процессов.
6. Спектральное разложение стационарного случайного процесса.
7. Спектральная плотность случайного процесса.
8. Стационарный белый шум.
9. Понятие марковского случайного процесса.
10. Дискретный марковский процесс. Цепь Маркова.
11. Три задачи теории цепей Маркова. (3 доклада – формулировка задачи, решение в общем виде, пример).
12. Примеры построения марковских моделей. !!!!
13. Анализ структуры цепи Маркова. Существенные и несущественные состояния.
14. Алгоритм построения множества существенных состояний и его разбиения на классы эквивалентности.
15. Понятие о непрерывном марковском процессе. Уравнения Колмогорова.

Литература.

1. Соколов Г.А., Чистякова Н.А. Теория вероятностей. Управляемые цепи Маркова в экономике.

2. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения.

Тема 6

РГР Первичная статистическая обработка данных

1. Провести эксперимент, записать результаты наблюдений в порядке их регистрации.
2. Записать выборку в виде вариационного и статистического рядов.
3. Представить выборку в виде таблицы частот.
4. Построить гистограмму и полигон частот.
5. Построить график эмпирической функции распределения.
6. Вычислить моду, медиану, среднее и дисперсию, к-ты асимметрии и эксцесса для группированной выборки.
7. Проанализировать полученные результаты.

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации в форме экзамена

Теория вероятностей и математическая статистика
(раздел теория вероятностей)

Допуск к экзамену:

Выполненная и защищенная семестровая работа.

***Знать определения следующих понятий*:**

вероятность, событие, размещение, сочетание, перестановка, сумма событий, произведение событий, разность событий, противоположное событие, несовместные события, совместные события, независимые события, зависимые события, условная вероятность, случайная величина, функция распределения, функция плотности, математическое ожидание, дисперсия, с.к.о., центральный момент, начальный момент, система случайных величин, ковариация, коэффициент корреляции, регрессия, характеристическая функция, ЗБЧ.

Уметь доказать или вывести следующие соотношения и формулы:

1. $P(A+B) = P(A) + P(B) – P(AB)$

2. Если P(AB) = P(A)P(B), то A и $\overline{B}$ - независимые события.
3. Характеристические функции распределений.
4. D (X + Y) = DX +DY + 2cov (X, Y)
5. cov (X, Y) = MXY−MX·MY.
6. MXY=MX·MY+ cov (X, Y)
7. Если C =const, то cov (X, C) = 0.
8. cov ($C_1X_1 + C_2X_2$,Y) = C_1cov (X_1, Y) + C_2cov(X_2,Y)
9. |cov (X, Y) |$\leq \sqrt{DX \cdot DY}$
10. $|\rho_{XY}| \leq 1$.

Вопросы к экзамену по теории вероятностей и математической статистике

4. Элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).
5. Случайные события и их классификация.
6. Классическое определение вероятности.
7. Статистическое определение вероятности. Свойство статистической устойчивости относительной частоты. ЗБЧ в форме Я.Бернулли.
8. Геометрическая вероятность.
9. Действия над событиями. Диаграммы Венна.
10. Теорема сложения вероятностей. Вероятность противоположного события.
11. Условные вероятности. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
12. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
13. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
14. Наивероятнейшее число появлений события.
15. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема Муавра - Лапласа.
16. Предельные теоремы в схеме Бернулли Интегральная предельная теорема Муавра – Лапласа.
17. Предельные теоремы в схеме Бернулли Редкие события. Теорема Пуассона.
18. Понятие случайной величины и закона ее распределения. Виды случайных величин (дискретные, непрерывные).
19. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
20. Понятие дискретной случайной величины и ее закона распределения. Многоугольник распределения. Примеры.
21. Функция распределения дискретной случайной величины и ее график.

22. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
23. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
24. Непрерывная случайная величина и функция ее распределения.
25. Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
26. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
27. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс.
28. Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики.
29. Закон Пуассона и его числовые характеристики.
30. Гипергеометрическое распределение.
31. Геометрическое распределение.
32. Равномерный закон распределения.
33. Показательный закон распределения.
34. Нормальный закон распределения.
35. Вероятностный смысл параметров нормального распределения.
36. Кривая Гаусса. Влияние изменения параметров $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{\sigma^2}$ на форму нормальной кривой.
37. Функция Лапласа и ее свойства.
38. Вероятность попадания с.в. $X \sim N(a, \sigma^2)$ на заданный промежуток. Правило трех сигм и его значение для практики.
39. Нормальное распределение с параметрами $a=0$, $\sigma^2=1$.
40. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
41. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
42. *Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.*
43. Зависимость и независимость двух случайных величин.
44. Условные законы распределения.
45. Ковариация двух случайных величин. Свойства ковариации.
46. Коэффициент корреляции двух случайных величин. Свойства коэффициента корреляции.
47. *Двумерное нормальное распределение.*
48. Регрессия.
49. Характеристическая функция и ее свойства.
50. Функции случайных величин. Функция одного случайного аргумента.
51. Распределение суммы независимых случайных величин.
52. Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение χ^2 (хи-квадрат или Пирсона).

53. Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Стьюдента.
54. Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Фишера-Снедекора.
55. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева.
56. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел в форме Чебышева.
57. Понятие о центральной предельной теореме и ее следствиях.
58. ЦПТ для независимых, одинаково распределенных случайных величин.

Экзаменационный билет включает пять вопросов:

1 вопрос. Случайные события – теория. Вопросы 1-17. ***(5 баллов)***

2 вопрос. Доказать или вывести соотношение, или формулу. ***(10 баллов)***

3 вопрос. Одномерные случайные величины– теория. Вопросы 17-39. ***(5 баллов)***

4 вопрос. Одномерные случайные величины – практика. ***(5 баллов)***

5 вопрос. Многомерные случайные величины и предельные теоремы– теория. Вопросы 39-58. ***(5 баллов)***

Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ 1

1. Классическое определение вероятности.
2. Докажите, что $|\mathrm{cov}(X,Y)| \le \sqrt{DX \cdot DY}$.
3. Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики.
4. Двумерная дискретная случайная величина (X,Y) задана законом распределения

Y_j/X_i	0	1	2
-2	0,5	0,2	0,1
2	0,1	0	0,1

Найти ковариацию и коэффициент корреляции.

5. ЦПТ для независимых, одинаково распределенных случайных величин.

Разработчики:

Доцент кафедры ТВ и ДМ Т.Г. Тюрнева

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.