Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
_____/Н.М. Буднев
«22» апреля 2020 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.Б.09.04 Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки: 03.03.03 Радиофизика

Тип образовательной программы: Академический бакалавриат

Направленность (профиль) подготовки: Радиоэлектронные устройства, методы обработки сигналов и автоматизации

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета
Протокол №25 от «21» апреля 2020 г.
Председатель _____ Н.М. Буднев

Рекомендовано кафедрой:
Протокол №8
От «14» апреля 2020 г.
И.о. зав. кафедрой _____ С.В. Ловцов

Иркутск 2020 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):.....4
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы.....4
5. Содержание дисциплины (модуля).....5
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....7
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):.....7
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....8
10. Образовательные технологии:.....8
11. Оценочные средства (ОС).....8
Приложение: фонд оценочных средств

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Цели дисциплины

Воспитание высокой математической культуры;

Привитие навыков современных видов математического мышления;

Привитие навыков использования методов и основ векторного и тензорного анализа в научной и инженерной деятельности.

Векторный и тензорный анализ дает мощные методы исследования скалярных, векторных (тензорных) полей, основанные на применении методов и понятий алгебры, а также дифференциального и интегрального исчисления. Векторный и тензорный анализ по праву является одним из ключевых элементов математического аппарата современной физики.

Целью курса в третьем семестре является изучение теории скалярных, векторных полей с позиций тензорного анализа, освоение технологий работы с тензорными объектами и операциями векторного анализа, освоение основополагающей идеи инвариантности величин, представляющих физические объекты, их трансформационных свойств.

Задачи дисциплины

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке, выработку представлений о роли и месте математики и конкретно векторного и тензорного анализа, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Освоение студентами на первом курсе понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления для функций одной и нескольких переменных позволяет в третьем семестре дать систематическое изложение теории векторнозначных функций. Здесь используются также знания, полученные студентами в курсе линейной алгебры (2 семестр). Вводится фундаментальное понятие тензора, стрежневым является требование инвариантности теории относительно вращений декартовой системы координат. Это позволяет наиболее естественным и строгим образом определить алгебраические и дифференциальные операции векторного анализа, развить соответствующую технику вычислений, дать регулярное изложение интегральных соотношений векторного анализа.

Данный курс призван решать следующие задачи:

- овладение понятиями и методами векторного и тензорного анализа;
- повышение математической культуры применения методов и приемов определения математических понятий, понимание их физического смысла, доказательств теорем и утверждений, в том числе «на физическом уровне строгости»;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в базовую часть ОПОП.

Входные знания, умения и компетенции студента соответствуют требованиям изученных к этому времени дисциплин «Математический анализ» (1-2йсеместр) и «Линейная алгебра».

Математическое образование студентов должно быть широким, общим, то есть достаточно фундаментальным. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык. Векторный и тензорный анализ является одной из основ математического образования физика, основой изучения других математических дисциплин (теории дифференциальных уравнений, методов математической физики и т.д.) и фактически является языком физики.

Знания, полученные при изучении данного курса, являются важнейшим элементом математической культуры физика. Они составляют базу для дальнейшего глубокого освоения основных физических дисциплин – теоретической механики, электродинамики, квантовой механики, а также дисциплин по специальности.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности	**Знать**: основы теории потенциальных векторных полей, основы работы с векторными полями в криволинейных ортогональных системах координат, выражения для дивергенции и лапласиана в декартовой системе координат **Уметь**: выполнять вычисления с векторами в различных системах координат. **Владеть**: приемами дифференцирования векторных и тензорных полей
ОПК-2: способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии	***Знать:*** основные информационные ресурсы, содержащие справочные сведения и указания библиографического характера. ***Уметь:*** использовать Интернет-ресурсы для поиска тематической информации по указанной дисциплине. ***Владеть:*** базовыми навыками работы с методической и научной литературой.

Изучение курса способствует развитию общеобразовательных умений студента:
- приобретать новые знания, основываясь на полученных при изучении курса знаниях и умениях;
- собирать, обрабатывать и интерпретировать данные, необходимые для формирования суждений по соответствующим проблемам;
- использовать в познавательной и профессиональной деятельности навыки работы с информацией из различных источников;
- применять на практике и в научно-исследовательской деятельности базовые профессиональные знания;
- использовать полученные специализированные знания для освоения профильных физических дисциплин (в соответствии с профилем подготовки);
- понимать и излагать получаемую информацию.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	**Семестры**	
		3	
Аудиторные занятия (всего)	58/1,6	58	
Лекции	18/0.5	18	
Практические занятия (ПЗ)	34/0,9	34	
Самостоятельная работа студентов	14/0,4	14	
КСР	6/0,1	6	
Контактная работа	59/1,6	59	
Вид промежуточной аттестации: зачет			
Общая трудоемкость: часы/ зачетные единицы	72/2	72	

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля). Все разделы и темы нумеруются.

1. Алгебра тензоров Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема о свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk}. Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула B(AC)-C(AB). Отражение системы координат. Тензоры и псевдотензоры.

2. Дифференцирование векторных полей Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования). Оператор набла. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл. Ротор. Примеры вычисления.

3. Интегрирование векторных полей. Физический смысл дивергенции. Физический смысл ротора. Три условия потенциальности поля. Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат.

4 Скалярные и векторные поля в физике. Формулировка теоремы Гельмгольца. Векторный потенциал.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)				
1.	Теоретическая механика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
2.	Электродинамика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
3.	Квантовая механика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
4.	Дисциплины по специальности	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	

5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей)и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Виды занятий в часах		
		Лекции	Практ. занятия	СРС
1.	Алгебра тензоров	5	10	4
2.	Дифференцирование векторных полей	5	10	4
3.	Интегрирование векторных полей	5	10	4
4.	Скалярные и векторные поля в физике	3	4	2

6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1	Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга.	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
2.	1	Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема о свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов.	4	зачет	ОПК-2, ОПК-1
3.	1	Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk}. Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула B(AC)-C(AB).	4	зачет	ОПК-2, ОПК-1
4.	2	Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
5.	2	Оператор набла. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле.	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
6.	2	Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Примеры вычисления	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
7.	2	. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
8.	2	Ротор. Примеры вычисления	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
9.	3	Физический смысл дивергенции.	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
10.	3	Физический смысл ротора	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
11.	3	Три условия потенциальности поля.	4	зачет	ОПК-2, ОПК-1
12.	3	Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
13.	4	Потенциальные поля.	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1
14.	4	Формулировка теоремы Гельмгольца. Векторный потенциал.	2	зачет	ОПК-2, ОПК-1

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-4	Алгебра тензоров	Внеаудиторная, решение задач	1 (задачи параграфов 1,2), 3 (№№1-8)	1, 2,3	4
5-11	Дифференцирование векторных полей	Внеаудиторная, решение задач	3 (№№19-18)	2,3,7	4
12-16	Интегрирование векторных полей	Внеаудиторная, решение задач	4 (№№1-15)	1,2,4,5	4
16-17	Скалярные и векторные поля в физике	Внеаудиторная, решение задач	4 (№№17-21)	4,7	2

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Основная задача высшего образования заключается в формировании творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности.
Самостоятельная работа реализуется:
1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.
Границы между этими видами работ достаточно размыты, а сами виды самостоятельной работы пересекаются. Таким образом, самостоятельной работа студентов может быть как в аудитории, так и вне ее.
В стандартах высшего профессионального образования на внеаудиторную работу отводится не менее половины бюджета времени.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом не предусмотрено написание курсовых работ.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Сокольников И.С. Тензорный анализ: Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред, 2007. (100)
2. Батыгин В.В., Топтыгин Н.Н. Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности, 2010. (в библиотеке 100 экз.)

б) дополнительная литература

3. Дифференцирование векторных полей. Мангазеев Б.В. http://educa.isu.ru/file.php/112/Posobie_Mangazeev_BV/index.htm
4. Интегрирование векторных полей, криволинейные системы координат Мангазеев Б.В. http://educa.isu.ru/file.php/112/chast2/index.htm
5. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу, 2009 (10)
6. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды, 2002 (31)

в) программное обеспечение: не предусмотрено

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: интернет ресурсы в свободном доступе, на сайте ИГУ www.isu.ru и физического факультета ИГУ.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

10. Образовательные технологии:

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;

практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;

консультации –еженедельно для всех желающих студентов;

самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;

текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

11. Оценочные средства (ОС)

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

11.1. Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

11.2. Оценочные средства текущего контроля

Демонстрационный вариант контрольной работы

1. Вектор, модуль которого равен 10, составляет равные углы с осями координат в системе $OXYZ$. Найти его компоненты в системе координат $OX'Y'Z'$, повёрнутой относительно исходной на углы Эйлера $\varphi = 0$, $\theta = \Pi$, $\psi = \Pi/2$.

2. Записать в развёрнутой форме выражения: $a_{ij}x_j$, $a_{ij}x_ix_j$, $a_{im}b_{jm}$, a_{ii}, $a_{ij}x_i$, $a_{ij}x_iy_j$, $a_{ijk}x_jx_k$, $\frac{\partial\varphi(x_1,x_2,x_3)}{\partial x_j}dx_j$, $\frac{\partial\varphi(x_1,x_2,x_3)}{\partial x_i\partial x_j}dx_idx_j$.

3. Упростить выражения: $\delta_{ik}\delta_{jk}$, $\delta_{ik}x_k$, $\delta_{ij}x_ix_j$, δ_{ii}, $\delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{kl}$.

Примеры заданий

1. Вычислить $div(r\times(a\times r))$, $a=const$.
2. Вычислить $rot(e^{kr}(a\times r))$, k=const, $a=const$.
3. Вычислить $rot(ar)b$, $a,b=const$
4. Вычислить $rot\frac{1}{2}(\vec{a}\times\vec{r})$, $a=const$

5. Вычислить $grad\,\frac{pr}{r^3}$, $p=const$.
6. Показать, что последовательно проделанные преобразования двумерного поворота с углами φ_1 и φ_2 эквивалентны одному повороту с углом $(\varphi_1+\varphi_2)$.
7. Определить компоненты вектора A, если $|A|^2=2$ и углы, образуемые вектором A и ортами системы координат, равны. Найти его компоненты в системе $OX'Y'$, повёрнутой относительно OXY на 30°.

11.3. Оценочные средства промежуточной аттестации

Форма проведения промежуточной аттестации — зачет.

Примерный список вопросов к зачету

1. Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения
2. Определение тензора n-го ранга
3. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема с свертке
4. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов
5. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} Свойства Геометрический смысл
6. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула B(AC)-C(AB)
7. Отражение системы координат
8. Тензоры и псевдотензоры
9. Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью)
10. Векторные поля (закон преобразования)
11. Градиент - векторное поле, дивергенция - скалярное поле Геометрический смысл
12. Ротор, примеры вычисления
13. Криволинейные и поверхностные интегралы II-го рода
14. Физический смысл дивергенции
15. Физический смысл ротора
16. Три условия потенциальности поля
17. Ортогональные криволинейные системы координат
18. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат

Разработчики:

доцент кафедры теоретической физики Б.В. Мангазеев

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики

«14» апреля 2020 г.
Протокол №8 И.о.зав. кафедрой С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.