



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра общей и космической физики



УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

/ Н.М. Буднев

2022 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля): Б1.О.17 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Солнечно-земная физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Согласовано с УМК:
физического факультета
Протокол № 33 от «31» марта 2022 г.

Председатель: д.ф.-м.н., профессор
Н.М. Буднев

Рекомендовано кафедрой:
общей и космической физики

Протокол № 8
от «14» марта 2022 г.

Зав.кафедрой д.ф.-м.н., профессор
Паперный В.Л.

Иркутск 2022 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)	3
II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины	3
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов.....	5
4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	6
4.3. Содержание учебного материала	7
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	10
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС).....	10
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	11
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии).....	11
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	12
а) <i>перечень литературы</i>	12
б) <i>периодические издания</i>	12
в) <i>список авторских методических разработок</i>	12
г) <i>базы данных, информационно-справочные и поисковые системы</i>	13
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	13
6.1. Учебно-лабораторное оборудование:	13
6.2. Программное обеспечение:.....	13
6.3. Технические и электронные средства:.....	14
VII. Образовательные технологии	14
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации	14

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Цель преподавания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»: формирование у будущего специалиста теоретических знаний и практических навыков по применению теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для решения прикладных задач.

Задачи преподавания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»:

- изучение вопросов построения математических моделей случайных экспериментов;
- выработка навыков применения изученных методов при решении практических задач;
- формирование понимания студентами универсального характера вероятностных и статистических методов для получения комплексного представления при создании математических моделей физических систем и объектов.

II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в профессиональный цикл общих математических дисциплин; данная дисциплина опирается на предшествующую ей дисциплину «Математический анализ».

Данная дисциплина является предшествующей для дисциплины «Термодинамика и статистическая физика».

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

- Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (**ОПК-1**).

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<i>ОПК-1</i>	ИДК _{ОПК1.1} Использует математический аппарат для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основы теории вероятностей и математической статистики необходимые для решения прикладных задач, статистические методы и алгоритмы обработки экспериментальных данных; <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> • использовать в профессиональной деятельности базовые знания теории вероятностей и математической

		<p>статистики; создавать математические модели для решения практических задач и интерпретировать полученные результаты;</p> <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> • навыками применения современного математического инструментария для решения, как классических задач, так и новых задач, возникающих в практических областях, навыками работы с компьютером как со средством хранения и обработки информации
--	--	--

IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа,

в том числе 65 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 18 аудиторных часов (во время выполнения практических заданий).

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/тема	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские/ практические/ лабораторные занятия	Консуль тации		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	<u>Раздел 1.</u> Случайные события	5	8,1	2	2	4	0,1	2	Самостоятельное решение задач по данной теме, опрос
2	<u>Раздел 2.</u> Случайные величины	5	7,1	4	2	4	0,1	1	
3	<u>Раздел 3.</u> Случайные векторы	5	7,2	2	2	4	0,2	1	
4	<u>Раздел 4.</u> Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел	5	9,2	2	2	6	0,2	1	
5	<u>Раздел 5.</u> Основные понятия случайных процессов	5	13,2	4	4	8	0,2	1	
6	<u>Раздел 6.</u> Математическая статистика	5	13,2	4	4	8	0,2	1	
	Контроль		8						
	КСР		6						
	Зачёт								Опрос
<u>Итого часов</u>			72	18	16	34	1	7	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение СР
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
5	Случайные события	Подготовка к коллоквиуму и контрольной работе	Конец сентября	1	Собеседование	[1-3]
5	Случайные величины	Выполнение семестрового задания	В течение семестра	1	Собеседование	[1-3]
5	Случайные векторы	Домашняя контрольная работа 1	Начало октября	1	Проверка работы	[1-3]
5	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ	Домашняя контрольная работа 2	Конец октября	1	Проверка работы	[1-3]
5	Основные понятия случайных процессов	Домашняя работа	Начало ноября	1	Проверка работы	[1-3]
5	Математическая статистика	Расчетно-графическая работа	К концу семестра	1	Собеседование	[1-3]
5	ВСЕ ТЕМЫ	Подготовка к зачёту	К концу семестра	1	Опрос	[1-3]
Общий объем самостоятельной работы по дисциплине (час)				7		

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

№ темы	Название разделов (тем)	Краткое содержание раздела (темы)
	ВВЕДЕНИЕ	Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики.
1	СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ	Соотношения между событиями. Поле событий.
	Различные подходы определения вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей	Классическое определение вероятностей. Свойства вероятностей. Геометрическое определение вероятностей. Статистический подход к определению вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей
	Основные теоремы	Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
	Схема независимых испытаний	Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона
2	СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	Определение случайных величин. Спектр случайной величины. Типы случайных величин.
	Функция распределения случайных величин	Законы распределения. Функция распределения, ее основные свойства. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал
	Функция плотности случайной величины	Функция плотности вероятности, ее свойства. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины

	Основные числовые характеристики случайной величины	Математическое ожидание случайной величины. Математическое ожидание от функции случайных аргументов. Основные теоремы о математическом ожидании. Дисперсия. Основные теоремы о дисперсии. Понятие о моментах высших порядков. Асимметрия. Эксцесс
	Типы законов распределения	Равномерное распределение. Экспоненциальное распределение. Распределение Пуассона. Биномиальное распределение. Нормальный закон распределения и его свойства.
3	СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ	Случайные векторы. Числовые характеристики случайного вектора. Условные распределения и условные математические ожидания. Понятие о корреляции. Коэффициент корреляции. Корреляционная матрица.
4	ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ	Неравенство Чебышева. Сходимость по вероятности. Понятие о законе больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышева, Пуассона, Бернулли. Закон распределения суммы случайных величин. Центральная предельная теорема Ляпунова.
5	ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ	Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем. Марковские процессы. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс.

	Нахождение характеристик случайных процессов	Математическое ожидание и корреляционная функция случайного процесса. Определение характеристик случайного процесса по опытным данным
6	МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА.	Задачи математической статистики. Приемы построения эмпирических законов распределения.
	Эмпирическая обработка опытных данных	Гистограмма, эмпирическая функция распределения. Точечная оценка характеристик статистического распределения.
	Точечные и интервальные оценки	Свойства точечных оценок Доверительные интервалы
	Оценка характеристик по опытным данным	Свойства точечных оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов. Метод наименьших квадратов.
	Корреляция Исследование регрессионных зависимостей	Уравнение регрессии. Оценка коэффициента корреляции.
	Критерии согласия	Критерии согласия. Критерий Пирсона и критерий Колмогорова.
	Введение в статистический анализ временных рядов	Определение временного ряда.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров	Трудо-емкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1.	Тема 1	Случайные события	4	Контр. работа	ОПК-1
2.	Тема 2	Случайные величины	4	Контр. работа Семестровое задание	ОПК-1
3.	Тема 3	Случайные векторы	4	Домашняя контрольная работа 1	ОПК-1
4.	Тема 4	Предельные теоремы и ЗБЧ	6	Домашняя контрольная работа 2	ОПК-1
5.	Тема 5	Основные понятия случайных процессов	8	Текущ. контроль	ОПК-1
6.	Тема 6	Математическая статистика	8	Расчетно-графическая работа	ОПК-1
	Итого		34		

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	ИДК
1-2	Случайные события	Подготовка к коллоквиуму и контрольной работе	Задачи 20, 54, 82, 106	ИДК ОПК1.1
3-10	Случайные величины	Выполнение семестрового задания	Задание в разделе 11	ИДК ОПК1.1
11-12	Случайные векторы	Домашняя контрольная работа 1	Задание в разделе 11	ИДК ОПК1.1
13	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ	Домашняя контрольная работа 2	Задание в разделе 11	ИДК ОПК1.1
14	Основные понятия случайных процессов	Домашняя работа		ИДК ОПК1.1
15-18	Математическая статистика	Расчетно-графическая работа	Задание в разделе 11	ИДК ОПК1.1
	Итого			30

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Самостоятельная работа реализуется:

- 1) Непосредственно в процессе аудиторных занятий, при выполнении практических работ.
- 2) В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов - олимпиад, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
- 3) В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при оформлении семестровых работ и подготовке к их защите.

Самостоятельной работа студентов может быть как в аудитории, так и вне ее.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов также включает в себя подготовку к устным опросам по каждому из изучаемых разделов. Также самостоятельная работа подразумевает систематический подход к обучению, в соответствии с предложенным в разделе 6.1 графиком, что, в свою очередь, способствует получению зачета по данной дисциплине.

Самостоятельная работа носит деятельностный характер и поэтому в ее структуре можно выделить компоненты, характерные для деятельности как таковой: мотивационные звенья, постановка конкретной задачи, выбор способов выполнения, исполнительское звено, контроль. В связи с этим можно выделить условия, обеспечивающие успешное выполнение самостоятельной работы:

1. Мотивированность учебного задания (для чего, чему способствует).
2. Четкая постановка познавательных задач.
3. Алгоритм, метод выполнения работы, знание студентом способов ее выполнения.
4. Четкое определение форм отчетности, объема работы, сроков ее представления.
5. Определение видов консультационной помощи (консультации - установочные, тематические, проблемные).
6. Критерии оценки, отчетности и т.д.

В начале семестра на первом же занятии студенты ознакомлены с целями, средствами, трудоемкостью, сроками выполнения, формами контроля и самоконтроля СРС. В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены некоторые методические материалы и задания по дисциплине Б1.В.01 «Теория вероятностей и математическая статистика».

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Курсовые работы не предусмотрены

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) перечень литературы

основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2005. - 479 с.: ил; 22 см. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6. – (21 экз.)
2. Докин В.Н., Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. Н. Докин, Т. Г. Тюрнева ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2007. - 183 с. ; 20 см. - Библиогр.: с. 183. - ISBN 978-5-9624-0141-6. – (97 экз.)
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] : учеб. пособие / Б. Г. Володин [и др.] ; под ред. А. А. Свешникова. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2013. - 445 с. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Авт. указаны на обороте тит. л. - Библиогр.: с. 350-355. - ISBN 978-5-8114-0708-8. – (25 экз.)
4. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие для бакалавров : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - ЭВК. - М. : Юрайт, 2013. - (Бакалавр. Базовый курс). - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9916-2220-2
5. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебник и практикум / Н. Ш. Кремер. - 4-е изд., пер. и доп. - Электрон. текстовые дан. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 254 с. - (Бакалавр. Академический курс). - ЭБС "Юрайт". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-534-01926-1

дополнительная литература

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики [Текст] : учеб. для студ. экон. спец. вузов: В 2 т. - 2-е изд., испр. - М. : Юнити. – Т.1 : Теория вероятностей и прикладная статистика / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. - 2-е изд., испр. - 2001. - 656 с. : ил. ; 25см. - ISBN 5238003048. – (6 экз.)
2. Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. Н. Иванов. - 2-е изд., испр. и доп. - Электрон. текстовые дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 224 с. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-3636-1

б) периодические издания

- нет.

сверено с ЭБС ИГУ

в) список авторских методических разработок

- 1) В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены методические материалы и задания по данному курсу.

г) *базы данных, информационно-справочные и поисковые системы*

- 1) НБ ИГУ <http://library.isu.ru/ru>
- 2) ЭЧЗ «Библиотех» <https://isu.bibliotech.ru/>
- 3) ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- 4) ЭБС «Рукопт» <http://rucont.ru>
- 5) ЭБС «Айбукс» <http://ibooks.ru>
- 6) В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены методические материалы и задания по дисциплине Б1.В.01 «Теория вероятностей и математическая статистика».

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

6.1. Учебно-лабораторное оборудование:

Специальные помещения:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа:

Аудитория оборудована: специализированной мебелью (столы, стулья, одинарная стеклянная меловая доска) на 80 рабочих мест, и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории (стационарный проектор Casio XJ-M256, XGA1024*768, ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz., экран).

Аудитория оборудована: специализированной мебелью (парты, одинарная стеклянная меловая доска) на 30 рабочих мест; и техническими средствами обучения, служащими для представления информации (стационарный проектор Casio XJ-M256, XGA1024*768, ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz., экран).

Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины.

Компьютерный класс (учебная аудитория) для групповых и индивидуальных консультаций, организации самостоятельной работы, в том числе, научно-исследовательской:

Компьютерный класс, оборудованный учебной мебелью на 25 посадочных мест с компьютерами: моноблок Hewlett-Packard DualCore Intel Core i3-3240, 3.40 GHz (25 шт.); с неограниченным доступом к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации, доска для маркеров; мобильный проектор Epson EB-X12, XGA1024*768.

6.2. Программное обеспечение:

Microsoft Windows 7 Pro 64 bit (Сублицензионный договор №570 от 07.03.2017г.);

OpenOffice 4.1.3

Условия использования по ссылке: <https://www.openoffice.org/licenses/PDL.html>;

LibreOffice

Условия использования по ссылке: <http://www.LibreOffice.org/about-us/licenses/>;

VLC Player 2.2.4

Условия использования по ссылке: <http://www.videolan.org/legal.html>;

PDF24Creator 8.0.2

Условия использования по ссылке: https://en.pdf24.org/pdf/lizenz_en_de.pdf;

7zip 16.04

Условия использования по ссылке: <http://7-zip.org/license.txt>.

Браузер Google Chrome

Условия использования по ссылке: https://www.google.ru/chrome/browser/privacy/eula_text.html

Браузер Mozilla Firefox.

Условия использования по ссылке: <https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/>

6.3. Технические и электронные средства:

Для проведения практических и лекционных занятий в качестве демонстрационного оборудования используются проектор, экран и меловая доска.

VII. Образовательные технологии

Используются как традиционные типы лекций: вводная, текущая, заключительная, обзорная, так и нетрадиционные, например, лекция – диалог: содержание подается через серию вопросов, на которые слушатель должен отвечать непосредственно в ходе лекции или лекция с применением игровых ситуаций (метода «мозговой атаки», метода конкретных ситуаций и т. д.), когда слушатели сами формируют проблему и сами пытаются ее решить.

VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств (ФОС) представлен в приложении.

8.1.1. Оценочные средства для входного контроля

Не предусмотрены

8.1.2. Оценочные средства текущего контроля

Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов (демонстрационные варианты):**Тема 1**Вопросы для текущего контроля (пример):

1. Какое событие называют случайным? Приведите пример случайного события.
2. Перечислите операции над событиями. Дайте определение произведения двух событий. Приведите пример.
3. Приведите классическое определение вероятности.
4. Приведите формулы для числа сочетаний и размещений из n элементов по m элементов.
5. Дайте определение условной вероятности. Выведите формулу для её вычисления.
6. Выведите формулу полной вероятности.
7. Дайте определение независимости двух событий.
8. Докажите формулу Бернулли (дайте при этом все необходимые определения).
9. Покажите независимость событий \bar{B} и A , если события A и B независимы.

Контрольная работа

1. Из шести карточек, образующих слово «ЛИТЕРА», наудачу выбирают четыре и выкладывают слева направо. Найдите вероятность $P(A)$ того, что в результате получится слово «ТИРЕ».
2. В партии из 12 изделий три нестандартных. Определите вероятности того, что среди выбранных наугад двух изделий окажется:
хотя бы одно нестандартное изделие;
ровно два нестандартных изделия.
3. Из колоды в 36 карт, наугад извлекают одну. Событие $A = \{\text{извлеченная карта черной масти}\}$, а событие $B = \{\text{извлеченная карта – «дама»}\}$. Определить, являются ли зависимыми события A и B .
4. В каждой из двух урн по 3 белых и 2 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили наудачу два шара, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что переложены белые шары при условии, что из второй урны вынут белый шар.
5. Какова вероятность выпадения двойки при семи подбрасываниях правильной игральной кости: а) два раза? б) от двух до четырех раз? в) хотя бы два раза? г) пять раз?

Тема 2Вопросы для текущего контроля:

1. Дайте определение случайной величины. Приведите пример.
2. Что называют законом распределения вероятностей случайной величины?
3. Дайте определение функции распределения вероятностей. Перечислите свойства функции распределения.
4. Может ли при каком-либо значении аргумента функция плотности распределения быть больше единицы? Ответ поясните.
5. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a; b]$. Известно, что $MX=2$, $DX=4/3$. Как найти значения, a и b .
6. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X+2Y-5$, если известно, что $MX=1$, $MY=2$, $DX=2$, $DY=3$, величины X и Y независимы.

7. Случайная величина распределена по нормальному закону, $MX=5$. Найти вероятность $P(0 < X < 5)$, если известно, что $P(5 < X < 10) = 0,2$. Чему равна вероятность $P(X > 10)$ и $P(X < 0)$?

Контрольная работа

1. Какую случайную величину называют дискретной? Приведите примеры дискретных случайных величин.
2. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Произведено 400 независимых выстрелов. Какова вероятность того, что попаданий в цель будет ровно 200?
3. Может ли при каком-либо значении аргумента функция плотности распределения быть отрицательной? Ответ поясните.
4. Случайные величины $X \sim N(-1, 1)$ и $Y \sim N(2, 4)$, X и Y – независимы. Найти $M(3X+Y)$.
5. Случайная величина X равномерно распределена в некотором интервале, причем $P(1 < X < 2) = 1/2$, $P(2 < X < 3) = 1/2$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. По заданной функции распределения случайной величины X $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{1}{4} & \text{при } -1 < x \leq 2 \\ \frac{3}{4} & \text{при } 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$

найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

1. Известно, что случайная величина X имеет распределение Пуассона и $P(X=0) = 1/2$. Вычислите $P(X=2)$.
2. Запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$;
 А) запишите характеристическую функцию с.в. $Y = X + 10$
 Б) запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim B(10, 0,6)$.
9. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,2. Составить закон распределения числа невозвращенных в срок кредитов из трех выданных. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
10. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 т и средним квадратическим отклонением 60т. Найти вероятность того, что в данный день добыча угля:
 а) упадет ниже 665т; б) будет от 750 до 850т; в) будет выше 800т.
 С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться добыча угля в течение данного дня.

Семестровое задание

Характеристики основных вероятностных распределений. Моделирование распределений случайных величин.

1. Изучить основные свойства, характеристики и зависимость от параметров следующих распределений:

1. биномиального, 2. пуассоновского, 3. геометрического, 4. равномерного, 5. показательного, 6. нормального, 7. хи-квадрат, 8. Стьюдента, 9. Фишера.

Для каждого из распределений дать определение математической или физической модели, указать область, где оно встречается и используется;

Записать функцию и плотность распределения, параметры, математическое ожидание, дисперсию, описать особенности формы распределения и асимптотические свойства.

2. Выполнить следующие расчеты:

1. Для каждого из распределений определить точные значения математического ожидания и дисперсии.

2. Для непрерывных распределений вычислить значения квантилей порядков 0, 25; 0,5.

3. Вычислить и показать на графиках плотности распределений соответствующие вероятности $P\{|X-MX| < k\sigma\}$, где $k=1,2,3$. для 4, 5, 6.

Тема 3

Домашняя контрольная работа №1

1. Двумерная случайная величина $\{\xi, \eta\}$ распределена равномерно в области D , ограниченной снизу осью OX , а сверху кривой $y = \text{Exp}(-x^2)$. Найти совместную плотность распределения $f_{\xi, \eta}(x, y)$, плотности распределения $f_{\xi}(x)$ и $f_{\eta}(y)$, условные плотности распределения $f_{\xi}(x/y)$ и $f_{\eta}(y/x)$, основные числовые характеристики величин ξ и η , коэффициент корреляции между ξ и η .

2. Пусть X и Y – независимые случайные величины, имеющие показательные распределения с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Доказать, что случайные величины $X - Y$ и $\min\{X, Y\}$ независимы.

Тема 4

Домашняя контрольная работа №2

1. Среднее число молодых специалистов, ежегодно направляемых в аспирантуру, составляет 200 человек. Оценить вероятность того, что в данном году будет направлено в аспирантуру не более 220 молодых специалистов.

2. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что нормально распределенная случайная величина отклонится от своего математического ожидания на величину, большую трех среднеквадратических отклонений. Сравнить с точной оценкой.

3. Установить, будут ли выполнены достаточные условия применимости закона больших чисел в форме Чебышева для последовательности взаимно независимых случайных величин $\{X_k\}$, с распределениями, задаваемыми формулами ($k=1,2, \dots$):

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}, P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}.$$

4. В страховой компании застраховано 10 000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля равна 0,006. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 12 руб.

страховых и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 1000 руб.

Найти вероятности следующих событий:

$A = \{\text{по истечении года работы страховая компания потерпит убыток}\},$

$B = \{\text{страховая компания получит прибыль не менее чем 40 000руб.}\}.$

5. Найдите характеристическую функцию случайной величины X , ряд распределения которой:

X	0	1	2	3
P	1/2	1/8	1/4	1/8

Тема 6

Вопросы для текущего контроля:

1. Как по имеющимся данным **2,5,6,7,3,5,2,1,4,5** определить выборочное среднее, моду, медиану, вариационный размах, выборочную дисперсию и исправленную выборочную дисперсию
2. Дайте определение доверительного интервала.
3. Какая статистическая оценка называется несмещенной?
4. Дайте определение критической точки.
5. Сформулируйте основные задачи математической статистики.

Расчетно-графическая работа

Методом моделирования получить выборку объема 100 для нормального распределения, найти оценки математического ожидания и дисперсии. Сравнить точные значения с оценками, полученными по выборке.

Оценочные средства для самоконтроля обучающихся

1. Какие виды случайных событий Вы знаете? Приведите примеры. Проиллюстрируйте с помощью диаграмм Эйлера-Венна.
2. Какие операции применимы к случайным событиям? Приведите примеры.
3. Какие способы расчёта вероятностей случайных событий Вы знаете? В каких случаях они применимы?
4. Чем отличаются и в чём схожи такие понятия комбинаторики, как сочетания, размещения и перестановки? Приведите примеры.
5. Чем отличаются совместные и несовместные события? Проиллюстрируйте с помощью диаграмм Эйлера-Венна.
6. Сформулируйте теорему сложения для совместных и несовместных событий.
7. Независимые и зависимые события. Теоремы умножения.
8. В каких случаях применяется формула полной вероятности? Каким свойствам должны удовлетворять гипотезы?
9. Что такое априорные и апостериорные вероятности?
10. Применение и значение формулы Байеса.

11. Какие испытания являются повторными независимыми? Приведите пример. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в n испытаниях событие A появится ровно m раз при малом числе испытаний?
12. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в n испытаниях событие A появится ровно m раз при большом числе испытаний и вероятности p , отличной от 0 и 1?
13. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в n испытаниях событие A появится ровно m раз при большом числе испытаний и малой вероятности p ?
14. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в n испытаниях событие A появится от a до b раз при большом числе испытаний и вероятности p , отличной от 0 и 1?
15. Как Вы понимаете, что такое дискретная случайная величина? Приведите пример.
16. Какими свойствами обладает функция распределения дискретной случайной величины?
17. Какими способами можно задать дискретную случайную величину?
18. Назовите основные числовые характеристики дискретной случайной величины, способы их вычисления и свойства.
19. Как Вы понимаете, что такое непрерывная случайная величина? Приведите пример.
20. Какими свойствами обладает функция распределения непрерывной случайной величины?
21. Какими способами можно задать непрерывную случайную величину?
22. Какими свойствами обладает функция плотности вероятностей непрерывной случайной величины? Что она показывает?
23. Назовите основные числовые характеристики непрерывной случайной величины, способы их вычисления и свойства.
24. Почему нормальный закон распределения вынесен в отдельную тему теории вероятностей? К какому типу случайных величин он относится?
25. Как называется функция плотности вероятностей нормального закона распределения и какими свойствами обладает?
26. Что такое функция Лапласа, для чего она используется и какими свойствами обладает? Функция распределения нормально распределённой случайной величины.
27. Стандартный нормальный закон распределения. Его свойства.
28. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределённой случайной величины, их влияние на график функции плотности вероятностей.
29. Свойства случайной величины, имеющей нормальный закон распределения. Правило трёх сигм.
30. Что такое закон больших чисел в широком смысле и в узком смысле?
31. Что устанавливает центральная предельная теорема?
32. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности
33. Перечислите свойства точечных оценок.
34. Назовите основные методы получения точечных оценок.
35. Дайте определения статистических гипотез - нулевой и конкурирующей.
36. Дайте определение статистического критерия.
37. Укажите условия нахождения границ критической области.
38. Дайте определения уровня значимости, мощности критерия.

39. Дайте определение ошибок первого и второго рода.
 40. Укажите основные этапы процедуры проверки гипотез.

8.1.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов к зачету

Основные понятия: сочетание, размещение, перестановка, вероятность, событие, полная группа событий, совместные и несовместные события, зависимые и независимые события, случайная величина, закон распределения случайной величины, функция распределения, плотность распределения, моменты, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, функция Лапласа, правило «трех сигм», ЗБЧ, ЦПТ, ковариация, регрессия.

Статистическая оценка, статистическое распределение, полигон, гистограмма, кумулята, эмпирическая функция распределения, несмещенность, состоятельность, эффективность, доверительный интервал, статистическая гипотеза, статистический критерий, критическая область, уровень значимости, мощность критерия, надежность, метод моментов, метод максимального правдоподобия, ошибка первого рода, ошибка второго рода, МНК.

1. Пространство элементарных исходов.
2. События, действия над ними.
3. Вероятность, свойства вероятности.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Статистическое определение вероятности.
7. Аксиоматическое определение вероятности.
8. Определение условной вероятности. Формула умножения вероятностей.
9. Определение условной вероятности. Независимые и зависимые события.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Байеса.
12. Схема Бернулли.
13. Определение случайной величины.
14. Функция распределения случайной величины.
15. Дискретные случайные величины.
16. Непрерывные случайные величины.
17. Многомерные случайные величины.
18. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания.
19. Дисперсия. Свойства дисперсии.
20. Моменты высших порядков.
21. Биномиальный закон распределения
22. Закон распределения Пуассона.
23. Нормальный закон распределения
24. Равномерное на отрезке распределение.

25. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.
26. Предельные теоремы теории вероятностей.
27. Генеральная совокупность и выборочный метод.
28. Графическое и табличное представление данных.
29. Распределения в математической статистике.
30. Квантили, процентные и критические точки.
31. Методы нахождения точечных оценок.
32. Точечные оценки и их свойства.
33. Доверительные интервалы.
34. Проверка статистических гипотез.
35. Критерии согласия.
36. Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем.
37. Математическое ожидание и корреляционная функция случайного процесса.
38. Определение характеристик случайного процесса по опытным данным.
39. Марковские процессы.
40. Понятие временного ряда и его характеристики

Пример тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, указанных выше в п. III:

1. Одну монетку кидают три раза. Сколько вариантов возможных результатов? Ответ введите с точностью до целых.
2. О каком событии идет речь? "...при одном и том же комплексе условий событие **обязательно произойдет**"
 - a) достоверное;
 - b) случайное;
 - c) невозможное.
3. Какое из событий **наиболее вероятно** при бросании правильной игральной кости?
 - a) появление 6 очков;
 - b) появление любого четного числа очков;
 - c) появление любой грани, кроме 6.
4. Произошли два события A и B . Установлено, что $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$. Что можно сказать о событиях A и B ?
 - a) события независимы;
 - b) события зависимы;
 - c) события невозможны.
5. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка 0,4, второго 0,8. Найти вероятность того, что **оба попали в мишень**. Ответ введите с точностью до второго знака после запятой.
6. Какое из перечисленных событий означает появление всех трех событий A , B и C **одновременно**?
 - a) $A+B+C$;
 - b) $A \cdot B \cdot C$;
 - c) $A-B-C$.

Разработчики:

Морз

доцент кафедры теории вероятностей и дискретной
математики ИМЭИ ИГУ Т.Г. Тюрнева

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры общей и космической физики ИГУ
« 14 » марта 2022 г.

Протокол № 8, зав. кафедрой Паперный В.Л. Паперный

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.