



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

Институт математики, экономики и информатики



Рабочая программа дисциплины

Индекс дисциплины по УП: Б1.В.ДВ.2.1

Наименование дисциплины: Теория дифференциальных уравнений и приложения

Направление подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
01.06.01 Математика и механика

Направленность программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры): Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Форма обучения: очная

Иркутск 2016 г.

Одобрена Советом института математики,
экономики и информатики
протокол № 7 от «22» 06 2016 г.

Директор ИМЭИ  /Фалалеев М.В./

Программа рассмотрена на заседании кафедры
математического анализа и дифференциальных
уравнений «25» 05 2016 г. Протокол № 9

Зав. кафедрой  /Фалалеев М.В./

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля)
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины (модуля)
- 5.1 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля)
- 5.2 Разделы дисциплины (модуля) и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами (модулями)
- 5.3 Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий
- 5.4 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.
6. Примерная тематика рефератов (при наличии)
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):
 - а) основная литература;
 - б) дополнительная литература;
 - в) программное обеспечение;
 - г) интернет-ресурсы, базы данных, информационно-справочные и поисковые системы
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).
9. Образовательные технологии
10. Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
 - 10.1 Оценочные средства текущего контроля
 - 10.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

1. Цели и задачи дисциплины:

В настоящее время математическое моделирование является одним из основных методов решения научных, инженерных, экономических проблем. Основой математических моделей, как правило, являются уравнения математической физики, опыт исследования которых представляет теоретический и практический интерес у специалистов самых разных профессиональных направлений.

Целью преподавания дисциплины «Теория дифференциальных уравнений и приложения» является формирование у аспирантов современных теоретических знаний в области методов решения задач математической физики, описывающих некоторые физические процессы, а также практических навыков в их использовании при решении конкретных задач в таких областях науки и деятельности общества, как энергетика, охрана окружающей среды, гидродинамика, теория упругости и др.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина относится к циклу дисциплин по выбору вариативной части дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, теории функций комплексных переменных.

Знания и умения, приобретенные аспирантами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении диссертационных работ, связанных с решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций: ПК-1, ПК-2, ПК-3.

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

Знать: основные понятия, определения и методы решений дифференциальных уравнений, постановки задач и свойства их решений.

Уметь: формулировать и доказывать основные теоремы теории дифференциальных уравнений, применять методы решения дифференциальных уравнений и их систем.

Владеть: математическим аппаратом дифференциальных уравнений и применять его при исследовании математических моделей практических задач

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курсы			
			2		
Аудиторные занятия (всего)	48		48		
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	24		24		
Практические занятия (ПЗ)	24		24		
Самостоятельная работа (всего)	60		60		
В том числе:	-	-	-	-	-
Подготовка доклада	20		20		
Выполнение индивидуальных заданий, подготовка к зачету	40		40		
Контактная работа	54		54		
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен и др.)	Зачет с оценкой		Зачет с оценкой		

			й		
Общая трудоемкость	часы	108	108		
	зачетные единицы	3	3		

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

№	Наименование раздела	Содержание раздела дисциплины
1	Дифференциальные уравнения и их классификация	Тема 1.1 Основные понятия и определения. Дифференциальные уравнения и их классификация. Системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными. Тема 1.2. Прикладные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Радиоактивный распад. Движение материальной точки. Процесс теплопереноса.
2	Методы решения уравнений первого порядка	Тема 2.1. Предварительный анализ уравнений. Поле направлений и изоклины. Уравнения первого порядка. Общая характеристика. Геометрический смысл уравнения. Тема 2.2. Элементарные методы интегрирования.. Метод разделения переменных. Однородные уравнения и уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Уравнения, приводящиеся к линейным. Тема 2.3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Тема 2.4. Нелинейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Общие замечания о нелинейных уравнениях. Уравнения, не содержащие одной из переменных. Общий метод введения параметра. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Способы построения особого решения. Уравнение Риккати. Свойства решений уравнений Риккати.
3	Основы теории уравнений высших порядков	Тема 3.1. Уравнения высших порядков. Основные определения. Уравнения высших порядков. Основные определения. Уравнения, решаемые в квадратурах. Тема 3.2. Решение линейных однородных уравнений высших порядков. Общие свойства однородных уравнений. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Тема 3.3. Решение линейных неоднородных уравнений. Структура общего решения и построение частного решения. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.

		Тема 3.4. Уравнения второго порядка. Функция Грина. Краевая задача и функция Грина. Краевая задача для неоднородного уравнения. Проблема собственных значений и интегральные уравнения. Тема 3.5. Аналитические решения уравнения второго порядка. Уравнения с колеблющимися решениями. Интегрирование уравнения с помощью степенных рядов. Тема 3.6. Уравнения, допускающие понижение порядка.
4	Системы дифференциальных уравнений	Тема 4.1. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Системы линейных однородных уравнений. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы линейных неоднородных уравнений. Тема 4.2. Теорема существования и единственности решения. Теорема Коши. Зависимость решения от параметров. Тема 4.3. Нелинейные системы уравнений первого порядка. Основные свойства системы в нормальной форме. Фазовое пространство и фазовые траектории. Понижение порядка системы с помощью первых интегралов. Симметричная форма системы уравнений. Точки покоя системы второго порядка. Классификация особых точек.
5	Матричные дифференциальные уравнения	Тема 5.1. Матричные уравнения. Перестановочные матрицы. Решение линейного неоднородного уравнения. Скалярное уравнение. Полиномиальное уравнение. Уравнение с жордановой особенной матрицей. Линейное дифференциальное уравнение. Матричное дифференциальное уравнение Риккати. Тема. 5.2. Уравнение Риккати в методе прогонки. Краевая задача для скалярного дифференциального уравнения. Краевая задача для векторного дифференциального уравнения. Тема 5.3. Уравнение Риккати в теории управления. Задача об аналитическом конструировании регуляторов и об оптимальной стабилизации. Оптимальный фильтр Каллмана-Бьюси.
6	Периодические решения нелинейных систем дифференциальных уравнений	Тема 6.1. Периодические решения автономных нелинейных систем. Периодические решения квазилинейных автономных систем. Метод А.Н. Крылова. Метод гармонической линеаризации. Тема 6.2. Вынужденные колебания нелинейных систем. Метод Пуанкаре. Особый случай.
7	Уравнения с разрывной правой частью	Тема 7.1 Уравнения с правой частью, разрывной по t. Уравнения Каратеодори. Свойства решений. Линейные уравнения.

		Тема 7.2. Уравнения с разрывной правой частью.
8	Устойчивость	Тема 8.1. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем. Основные определения. Общие теоремы об устойчивости линейных стационарных и нестационарных систем. Тема 8.2. Критерий устойчивости. Критерий Гурвица. Область устойчивости. Критерий Михайлова. Тема 8.3. Устойчивость нелинейных систем. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова. Обобщение теорем Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.
9	Уравнения с частными производными первого порядка	Тема 9.1. Линейные однородные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Тема 9.2. Квазилинейные уравнения. Задача Коши для уравнения с двумя независимыми переменными. Тема 9.3. Системы двух уравнений первого порядка. Условия разрешимости. Построение решения. Тема 9.4. Уравнение Пфаффа.

5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)
1.	Подготовка диссертационной работы	1 – 9

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Раздел 1	Раздел 1	1	1			4	6
2.	Раздел 2	2.1 – 2.4	1	1			4	6
3.	Раздел 3	3.1 – 3.3	2	2			4	8
4.	Раздел 3	3.4 – 3.6	2	2			4	8
5.	Раздел 4	4.1, 4.2	2	2			6	10
6.	Раздел 4	4.3	2	2			6	10
7.	Раздел 5	5.1, 5.2, 5.3	4	4			5	13
8.	Раздел 6	6.1, 6.2	2	2			5	9
9.	Раздел 7	7.1, 7.2	2	2			6	10

10.	Раздел 8	8.1, 8.2, 8.3	2	2			6	10
11.	Раздел 9	9.1, 9.2, 9.3	2	2			5	9
12.	Раздел 9	9.4	2	2			5	9

5.4. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Раздел 1 Тема 1.2	Прикладные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	1	Текущ. контроль, тестирование	ПК-1 ПК-3
2.	Раздел 2. Тема 2.4	Способы построения особого решения. Уравнение Риккати.	1		ПК-1 ПК-3
3.	Раздел 3. Тема 3.3	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.	2		ПК-1 ПК-3
4	Раздел 3 Тема 3.4	Краевая задача и функция Грина. Краевая задача для неоднородного уравнения. Проблема собственных значений и интегральные уравнения.	2		ПК-1 ПК-3
5	Раздел 4 Тема 4.2	Теорема Коши. Зависимость решения от параметров.	2		ПК-1 ПК-2
6	Раздел 4 Тема 4.3	Точки покоя системы второго порядка. Классификация особых точек.	2		ПК-1 ПК-3
7	Раздел 5 Тема 5.3	Задача об аналитическом конструировании регуляторов и об оптимальной стабилизации. Оптимальный фильтр Каллмана-Бьюси.	4		ПК-1 ПК-2
8	Раздел 6 Тема 6.1	Метод гармонической линеаризации.	2		ПК-1 ПК-2

9	Раздел 7 Тема 7.2	Уравнения с разрывной правой частью.	2		ПК-1 ПК-2
10	Раздел 8 Тема 8.3	Функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.	2		ПК-1 ПК-2
11	Раздел 9 Тема 9.1	Общее решение. Задача Коши.	2		ПК-1 ПК-3
12	Раздел 9 Тема 9.4	Уравнение Пфаффа.	2		ПК-1 ПК-3

6. Примерная тематика рефератов, докладов, проектов (при наличии); перечень вопросов к зачетам, экзаменам и т.п.:

Темы докладов:

1. Прикладные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Точки покоя системы второго порядка. Классификация особых точек.
3. Задача об аналитическом конструировании регуляторов и об оптимальной стабилизации. Оптимальный фильтр Каллмана-Бьюси.
4. Метод гармонической линеаризации.

Вопросы к зачету:

1. Дифференциальные уравнения и их классификация. Системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными.
2. Прикладные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. Предварительный анализ уравнений. Поле направлений и изоклины.
4. Структура общего решения и построение частного решения. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
5. Уравнения с колеблющимися решениями. Интегрирование уравнения с помощью степенных рядов.
6. Основные свойства системы в нормальной форме. Фазовое пространство и фазовые траектории. Понижение порядка системы с помощью первых интегралов. Симметричная форма системы уравнений. Точки покоя системы второго порядка. Классификация особых точек.
7. Матричные уравнения.
8. Уравнение Риккати в методе прогонки.
Краевая задача для скалярного дифференциального уравнения. Краевая задача для векторного дифференциального уравнения.
9. Уравнение Риккати в теории управления.
10. Задача об аналитическом конструировании регуляторов и об оптимальной стабилизации. Оптимальный фильтр Каллмана-Бьюси.
11. Периодические решения автономных нелинейных систем.
12. Периодические решения квазилинейных автономных систем. Метод А.Н. Крылова. Метод гармонической линеаризации.
13. Вынужденные колебания нелинейных систем.
14. Метод Пуанкаре. Особый случай.
15. Уравнения с правой частью, разрывной по t .
16. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем.
17. Устойчивость нелинейных систем.

18. Уравнения с частными производными первого порядка.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература

1. **Филиппов, Алексей Федорович.** Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. для студ. вузов по группе физ.-мат. напр. и спец. / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - М. : Ленанд, 2015. - 239 с. - ISBN 978-5-9710-1499-7. 50 экз.

б) дополнительная литература

1. **Краснов, Михаил Леонтьевич.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : задачи и примеры с подробными решениями: Учеб. пособие для студ. вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 5-е изд., испр. - М. : КомКнига, 2005. - 253 с. - ISBN 5-484-00193-5. 40 экз.

2. **Треногин, Владилен Александрович.** Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В. А. Треногин. - М. : Физматлит, 2009. - 311 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1. 50 экз.

3. **Филиппов, Алексей Федорович.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : учеб. пособие / А. Ф. Филиппов. - 4-е изд. - М. : Либроком, 2011. - 237 с. - ISBN 978-5-397-02914-8. 29 экз.

в) программное обеспечение

1. MS Excel (версия 2007 или выше)
2. Python (версия 2.7 или 3.x)

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <https://isu.bibliotech.ru> — электронно-библиотечная система ИГУ
2. <http://e.lanbook.com> — электронно-библиотечная система ЛАНБ
3. <http://rucont.ru> — электронная библиотека РУКОНТ
4. <http://ibooks.ru> — электронно-библиотечная система ibooks
5. <http://e-library.ru> — научная электронная библиотека eLIBRARY
6. <http://educa.isu.ru> — образовательный портал ИГУ

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа на 40 рабочих мест, оборудованная специализированной (учебной) мебелью; доска для мела, оборудованием для презентации учебного материала: стационарный проектор Casio XJ-V1, XGA1024*768; ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz.

9. Образовательные технологии:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU, более 20 полнотекстовых версий журналов по тематике курса. Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.
2. Электронная библиотека "Труды ученых ИГУ" (<http://ellib.library.isu.ru>). Доступ к полным текстам учебных пособий, монографий и статей сотрудников университета, осуществляемый с любого компьютера сети Иркутского государственного университета.
3. Общероссийский математический портал - информационная система Math-Net.Ru — доступ к российским математическим журналам и обзорам ВИНТИ РАН
4. Журнал "Известия Иркутского университета. Серия Математика". Свободный доступ к электронным полнотекстовым версиям с 2007 г. осуществляется с сайта университета <http://www.isu.ru/izvestia>

5. Архив научных журналов JSTOR (<http://www.jstor.org>). Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.

10. Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

10.1 Оценочные средства текущего контроля:

Формы текущего контроля успеваемости студентов – доклад на выбранную тему.

Примеры индивидуальных заданий:

Критерии оценивания:

Оценка «зачтено» выставляется если аспирант написал доклад в установленные для этого сроки, в котором полностью и правильно раскрыл выбранную им тему и сделал сообщение.

Оценка «незачтено» выставляется если аспирант не сделал доклада.

10.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации:

Дисциплина завершается зачетом с оценкой, на котором проверяется усвоение студентами основных понятий и свойств, а также их применение в решении поставленных математических задач в письменной – устной форме с решением задач.

Примерные практические задания:

1. Построить решение начально-краевой задачи при $t \geq 0, 0 \leq x \leq b$:

$$\begin{cases} u_t = a u_{xx}, \\ u|_{t=0} = f(x), u|_{x=0} = g(t), u|_{x=b} = h(t), \\ f(0) = g(0), f(b) = h(0). \end{cases}$$

2. Построить решение начально-краевой задачи при $t \geq 0, x \geq 0$:

$$\begin{cases} u_t + u_x = 0, \\ u|_{t=0} = 1, u|_{x=0} = g(t), \\ g(0) = 1. \end{cases}$$

3. Построить решение начально-краевой задачи при $t \geq 0, x \geq 0$:

$$\begin{cases} u_t + uu_x = 0, \\ u|_{t=0} = 1, u|_{x=0} = g(t), \\ g(0) = 1. \end{cases}$$

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется если экзаменуемый знает основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения, основные уравнения математической физики и классические задачи для них, владеет изученными методами решения задач и умеет решать задачи по дисциплине изученными методами и приводить анализ полученного решения; ставить задачи в обобщенной постановке для дифференциальных уравнений, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с изучаемыми проблемами, а также имеет «зачтено» в текущем контроле.

Оценка «хорошо» выставляется если экзаменуемый знает основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения, и умеет решать задачи по дисциплине изученными методами и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с изучаемыми проблемами, а также имеет «зачтено» в текущем контроле.

Оценка «удовлетворительно» выставляется если экзаменуемый знает основные понятия и определения, умеет понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с изучаемыми проблемами, а также имеет «зачтено» в текущем контроле.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется если экзаменуемый не знает основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения, основные уравнения математической физики и классические задачи для них, понятие обобщенного решения задачи для уравнения с частными производными, не владеет изученными методами решения задач и не умеет решать задачи по дисциплине изученными методами и приводить анализ полученного решения; ставить задачи в обобщенной постановке для дифференциальных уравнений, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с изучаемыми проблемами, а также имеет «незачтено» в текущем контроле.

Разработчики:

Профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений
М.В.Фалалеев

Доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Е.А. Головкин

**Лист согласования, дополнений и изменений
на 2017/2018 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.1 Теория дифференциальных уравнений и приложения

по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры): Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:

Нет дополнений

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института математики, экономики и информатики, протокол № 6 от 28.06.2017

Зав. кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений



М.В. Фалалеев

**Лист согласования, дополнений и изменений
на 2018/2019 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.1 Теория дифференциальных уравнений и приложения

по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры): Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:

Нет дополнений

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института математики, экономики и информатики, протокол № 3 от 28.02.2018

Зав. кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений



М.В. Фалалеев