



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета

/Н.М. Буднев

«20» апреля 2023 г.



Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.В.09 Основы функционального анализа

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Фундаментальная физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета
Протокол №38 от «18» апреля 2023 г.

Председатель

Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:
Протокол №6
От «15» марта 2023 г.

И.о. зав. кафедрой

С.В. Ловцов

Иркутск 2023 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины.....	3
II. Место дисциплины в структуре ОПОП.....	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины.....	3
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов.....	4
4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	4
4.3. Содержание учебного материала.....	5
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	5
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС).....	6
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	6
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	6
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	6
а) список литературы.....	6
б) периодические издания.....	7
в) список авторских методических разработок.....	7
г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы.....	7
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	7
VII. Образовательные технологии.....	7
VIII. Оценочные средства (ОС).....	7
Приложение: фонд оценочных средств	

I. Цели и задачи дисциплины

Целью курса является развитие:

- навыков математического мышления;
- использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений

В состав задач изучения функционального анализа входят:

- Изучение основ математики для разработки количественных методов исследования окружающего мира и его преобразования с целью улучшения условий существования человека.

- Освоение математических приемов и навыков постановки и решения конкретных задач, ориентированных на практическое применение при изучении специальных дисциплин.

- Владение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.

- Изучение основных математических методов применительно к решению научных задач.

- Развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.

- Изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом.

- Изучение современных математических методов исследования, основанных на массовом применении компьютерной техники.

- Формирование основ научного мышления на примерах творческого пути наиболее выдающихся ученых - математиков, на раскрытие логики и закономерностей того или иного открытия, на анализе возникших проблем и способов их преодоления и т.п.

Учебная программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как множества функций, алгебраические структуры и их свойства, на приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП

«Основы функционального анализа» относится к дисциплинам, формируемым участниками образовательного процесса. Функциональный анализ является естественным продолжением курсов математического анализа и линейной алгебры, которые изучаются физиками.

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	ПК-1: Способен использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин
Индикаторы компетенции	ИДК _{ПК 1.1} Применяет физико-математический аппарат в сфере своей профессиональной деятельности
Результаты обучения	Знает: основные принципы, понятия и факты анализа функциональных пространств; основные понятия теории операторов; методы решения математических задач и уравнений; приложения математических методов к классическим задачам физики. Умеет: применять методы и приемы решения задач из различных разделов математики; применять математические методы для решения задач

	<p>физики; использовать адекватный математический аппарат; выполнять математическую обработку результатов экспериментов; выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность; использовать методы математического моделирования в практической деятельности; самостоятельно работать с математической литературой.</p> <p>Владеет: навыками использования математического аппарата для решения физических задач.</p>
--	--

IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов, в том числе 65 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 18 часов.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	С	Вс	Из них	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	1-6	6	108	18	36	18	1	43	Практическое задание; вопросы к экзамену
Итого:			108	18	36	18	1	43	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
6	Тема 1-6	Задание в виде задачи	После пройденных тем	43	Демонстрация готовых решений	Источники из основной и дополнительной литературы по те-

						ме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.
--	--	--	--	--	--	--

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Топологические и метрические пространства, сходимость в метрических пространствах, непрерывность.
3. Пространства со скалярным произведением, Гильбертовы пространства. Ортонормированные базисы
4. Сопряженное пространство, биортогональные базисы, сильные слабые сходимости. Обобщенные функции.
5. Линейные операторы, пространства операторов, сопряженные операторы.
6. Спектр оператора. Резольвента, функция от оператора.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	Топология, топологические пространства	1	Задачи и вопросы	ПК-1
2.	1.2	Метрика, метрические пространства	1	Задачи и вопросы	ПК-1
3.	1.3	Последовательности, сходимость, полнота	1	Задачи и вопросы	ПК-1
4.	1.4	Отображение топологических и метрических пространств	1	Задачи и вопросы	ПК-1
5.	1.5	Непрерывные отображения, неподвижные точки	1	Задачи и вопросы	ПК-1
6.	2.1	Линейное пространство, линейная заисимость, независимость, базис	1	Задачи и вопросы	ПК-1
7.	2.2	Выпуклые функционалы, норма, нормы в функциональных пространствах	1	Задачи и вопросы	ПК-1

8.	2.3	Сходимость по норме, полнота, Банаховы пространства	1	Задачи и вопросы	ПК-1
9.	2.4	Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха	1	Задачи и вопросы	ПК-1
10.	3.1	Скалярное произведение, Гильбертово пространство	1	Задачи и вопросы	ПК-1
11.	3.2	Лемма Рисса, различные скалярные произведения в функциональных пространствах	1	Задачи и вопросы	ПК-1
12.	3.3	Ортогональные базисы	1	Задачи и вопросы	ПК-1
13.	3.4	Ряд Фурье, обобщенный ряд Фурье	1	Задачи и вопросы	ПК-1
14.	4.1	Сопряженное пространство,	1	Задачи и вопросы	ПК-1
15.	4.2	Обобщенные функции	1	Задачи и вопросы	ПК-1
16.	4.3	Сильная и слабая сходимость	1	Задачи и вопросы	ПК-1
17.	5.1	Линейные ограниченные операторы	1	Задачи и вопросы	ПК-1
18.	6.1	Спектр оператора, резольвента	1	Задачи и вопросы	ПК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
	1 - 6	Решение задач	Решение задач	Дерр В.Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения»	43

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа заключается в изучении основного учебника и решении задач и упражнений, приведенных в каждой главе.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом написание курсовых работ не предусмотрено.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) список литературы

основная литература

1. [Дерр, В. Я.](#) Функциональный анализ: лекции и упражнения / В. Я. Дерр. - М.: КноРус, 2013. - 461 с. - ISBN 978-5-406-02728-8 (50 экз.)

дополнительная литература

1. [Канторович, Л. В.](#) Функциональный анализ / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. - СПб.:

БХВ-Петербург : Невский диалект, 2004. - 814 с. - ISBN 5-94157-597-1. - ISBN 5-7940-0120-8 (30 экз.)

2. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соколов. - СПб.: Лань, 2009. - 271 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1 (40 экз.)

б) периодические издания

- нет

в) список авторских методических разработок

- нет

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

не требуются.

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория для проведения занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На занятиях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

VII. Образовательные технологии

Проведение практических занятий в форме семинаров, ведение занятий специалистом профильного института РАН- ИСЗФ. Самостоятельная работа студентов.

VIII. Оценочные средства (ОС)

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

Форма проведения промежуточной аттестации — зачет.

Входным контролем является сдача экзаменов за предыдущий курс. Поэтому дополнительных заданий не требуется.

Примеры задач текущего контроля:

1. Являются ли метриками на числовой прямой следующие функции:

$$\begin{aligned} \text{а) } \rho(x,y) &= \sqrt{x-y}; & \text{б) } \rho(x,y) &= \sqrt{|x-y|}; & \text{в) } \rho(x,y) &= \sqrt{x^2-y^2}; & \text{г) } \rho(x,y) &= e^{|x-y|}; \\ \text{д) } \rho(x,y) &= \ln|x-y|; & \text{е) } \rho(x,y) &= |x|-|y|; & \text{ж) } \rho(x,y) &= |x+y-5|; & \text{з) } \rho(x,y) &= \frac{|x-y|}{1+|x-y|}; \end{aligned}$$

2. Задаёт ли на числовой прямой норму функция:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= \sqrt{x}; & \text{б) } f(x) &= \sqrt{|x|}; & \text{в) } f(x) &= \sqrt{x^2}; & \text{г) } f(x) &= e^{|x|}; \\ \text{д) } \rho(x,y) &= \ln|x|; & \text{е) } f(x) &= |x|; & \text{ж) } f(x) &= |x-5|; & \text{з) } f(x) &= \frac{|x|}{1+|x|}; \end{aligned}$$

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Топология, сильная, слабая
2. Топологическое пространство, аксиомы
3. Метрика и метрическое пространство
4. Открытые замкнутые множества
5. Привести примеры различных метрик на прямой, плоскости.
6. Привести пример метрики на плоскости, в которой круг имеет форму квадрата, ромба.
7. Принцип сжимающих отображений
8. Сепарабельные метрические пространства.
9. Компактные множества.
10. Линейное пространство, линейная зависимость, независимость.
11. Норма, примеры нормированных пространств.
12. Примеры нормированных функциональных пространств.
13. Полнота, пополнение пространства
14. Пространства C^n , L_p , l_2
15. Плотные множества в L_p
16. Скалярное произведение
17. Примеры Гильбертовых пространств
18. Ряд Фурье
19. Примеры полных ортогональных систем
20. Сопряженное пространство, норма функционала
21. Лемма Рисса об общем виде функционала в Гильбертовом пространстве
22. Сильная и слабая сходимости последовательности функционалов
23. Биортогональный базис
24. Линейный оператор, примеры
25. Непрерывный, вполне непрерывный оператор
26. Сопряженный оператор
27. Спектр линейного ограниченного оператора
28. Спектр самосопряженного оператора
29. Определение функции от оператора.

Разработчик:



доцент кафедры теоретической физики

Н.В. Ильин

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики «15» апреля 2023 г.

Протокол №6 И.о. зав. кафедрой



С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.