МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)
Институт математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
________/Фалалеев М.В.
"7" 06 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: **2.1.1.2(Ф) Уравнения математической физики и приложения**

Научная специальность: **1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика**

Форма обучения:очная

Согласовано с УМК ИМИТ ИГУ
протокол № 5 от «5» 06 2024 г.

Председатель УМК________/ Антоник В.Г./

Программа рассмотрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений «3» 06 2024г. Протокол № 10

Зав. кафедрой____________/Фалалеев М.В./

Иркутск 2024 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины:

В настоящее время математическое моделирование является одним из основных методов решения научных, инженерных, экономических проблем. Основой математических моделей, как правило, являются уравнения математической физики, опыт исследования которых представляет теоретический и практический интерес у специалистов самых разных профессиональных направлений.

Целью преподавания спецкурса «Методы математической физики и их приложения» является формирование у аспирантов современных теоретических знаний в области методов решения задач математической физики, описывающих некоторые физические процессы, а также практических навыков в их использовании при решении конкретных задач в таких областях науки и деятельности общества, как энергетика, охрана окружающей среды, гидродинамика, теория упругости и др.

2. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать: основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения, основные уравнения математической физики и классические задачи для них, понятие обобщенного решения задачи для уравнения с частными производными.

уметь: решать задачи по дисциплине изученными методами и приводить анализ полученного решения; ставить задачи в обобщенной постановке для дифференциальных уравнений, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с изучаемыми проблемами.

владеть: изученными методами решения задач для уравнений с частными производными.

3. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	**Всего академических часов**	**Курсы**			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	16		16		
В том числе:					
Лекции			8		
Практические занятия (ПЗ)			8		
Самостоятельная работа (всего)	18		18		
В том числе:					
Реферат (при наличии)			-		
Контактная работа			2		
Другие виды самостоятельной работы(подготовка к зачету)			16		
Промежуточная аттестация (всего)	2		2		
В том числе:					
Контактная работа во время промежуточной			2		

аттестации						
Форма промежуточной аттестации (зачет)			зачет			
Общая трудоемкость часы	36		36			
зачетные единицы	1		1			

4. Содержание дисциплины

4.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

№	Наименование раздела	Содержание раздела дисциплины
1.	Введение	Уравнения в частных производных. Понятие решения. Уравнение колебаний струны, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристики. Методы интегрирования. Линейные уравнения второго порядка от 2-х независимых переменных. Приведение к каноническому виду методом характеристик. Классификация. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами от n независимых переменных. Приведение к каноническому виду. Классификация.
2.	Уравнения гиперболического типа	Постановка задачи Коши для уравнения колебаний струны. Вывод формулы Даламбера. Область зависимости (решения от начальных условий). Существование, единственность, непрерывная зависимость от начальных условий решения задачи Коши. Смешанная задача для полуограниченной струны. Решение методом нечетных и четных продолжений (в зависимости от типа краевого условия). Смешанная задача для ограниченной струны. Постановка задачи Коши для гиперболического уравнения. Теорема Ковалевской о единственности и локальной разрешимости задачи Коши для системы Ковалевской в классе аналитических функций (формулировка, доказательство единственности). Пример Адамара, иллюстрирующий, что для уравнений в частных производных, для которых решение задачи Коши существует и единственно, оно не обязательно непрерывно зависит от начальных данных. Пример Ковалевской, иллюстрирующий, что если система не является системой Ковалевской, то решение задачи Коши может не существовать.

		Понятие характеристического направления и характеристической поверхности. Характеристические направления и поверхности для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа, для многомерного волнового уравнения. Постановка обобщенной задачи Коши с данными на нехарактеристической поверхности. Пример, показывающий, что если данные Коши заданы на характеристических поверхностях, решение задачи Коши может не существовать или не быть единственным. Единственность решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных. Формула Грина. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Существование решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных при $n = 3$. Формула Кирхгофа. Вывод. Метод спуска. Вывод формулы Пуассона из формулы Кирхгофа. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Решение методом Фурье. Задача Штурма – Лиувилля. Собственные значения и собственные функции для различных типов краевых условий, их свойства. Интерпретация решения смешанной задачи. Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны при помощи известных свойств рядов Фурье.
3.	Уравнения параболического типа	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Вывод формулы Пуассона в одномерном случае. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и ее решение методом Фурье. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в полосе. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Теорема о стабилизации решения задачи Коши. Теорема об оценке скорости убывании решения в ограниченной области при $t \to \infty$.

4.	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Уравнение Лапласа. Некорректность постановки задачи Коши. Постановка задач Дирихле и Неймана в ограниченной области. Радиально симметричные решения уравнения Лапласа. Принцип максимума. Доказательство единственности и непрерывной зависимости от граничных условий решения задачи Дирихле. Лемма о знаке производной гармонической функции в точке минимума. Строгий принцип максимума. Условие разрешимости задачи Неймана. Доказательство единственности решения задачи Неймана с точностью до константы. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Ослабление условий гладкости граничной функции в задаче Дирихле. Теорема о среднем (доказательство для круга). 1-я, 2-я теоремы Харнака. Неравенства Харнака. Теорема Лиувилля. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^2. Теорема об устранении особенности гармонических функций. Оценки Бернштейна производных гармонических функций. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^n. Функция Грина и ее свойства. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Внешние краевые задачи Дирихле и Неймана в R^2 и в R^n, $n > 2$ Определение обобщенной производной по Соболеву. Ее свойства. Пространства H^1 и H^1 . Неравенство Фридрихса. Определение операции усреднения, свойства. Вариационный метод. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в H1

4.2. Разделы и темы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах			
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение	Уравнения в частных производных. Понятие	2			2

		решения. Уравнение колебаний струны, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристики. Методы интегрирования.				
		Линейные уравнения второго порядка от 2-х независимых переменных. Приведение к каноническому виду методом характеристик. Классификация. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами от n независимых переменных. Приведение к каноническому виду. Классификация**.**		2	4	6
2.	Уравнения гиперболического типа	Постановка задачи Коши для уравнения колебаний струны. Вывод формулы Даламбера. Область зависимости (решения от начальных условий). Существование, единственность, непрерывная зависимость от начальных условий решения задачи Коши. Смешанная задача для полуограниченной струны. Решение методом нечетных и четных продолжений (в зависимости от типа краевого условия). Смешанная задача для ограниченной струны. Постановка задачи Коши для гиперболического уравнения. Теорема Ковалевской о единственности и локальной разрешимости задачи Коши для системы Ковалевской в классе аналитических функций (формулировка, доказательство единственности). Пример Адамара, иллюстрирующий, что для уравнений в частных производных, для которых решение задачи Коши существует и единственно, оно не обязательно непрерывно зависит от начальных данных.	2			2

		Пример Ковалевской, иллюстрирующий, что если система не является системой Ковалевской, то решение задачи Коши может не существовать. Понятие характеристического направления и характеристической поверхности. Характеристические направления и поверхности для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа, для многомерного волнового уравнения. Постановка обобщенной задачи Коши с данными на нехарактеристической поверхности. Пример, показывающий, что если данные Коши заданы на характеристических поверхностях, решение задачи Коши может не существовать или не быть единственным. Единственность решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных. Формула Грина. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Существование решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных при $n = 3$. Формула Кирхгофа. Вывод. Метод спуска. Вывод формулы Пуассона из формулы Кирхгофа. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Решение методом Фурье. Задача Штурма – Лиувилля. Собственные значения и собственные функции для различных типов краевых условий, их свойства. Интерпретация решения смешанной задачи. Обоснование					

		метода Фурье для уравнения колебаний струны при помощи известных свойств рядов Фурье.				
		Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Задача Коши для общего уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными и ее решение методом характеристик. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Решение методом Фурье.		2	6	8
	Уравнения параболического типа	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Вывод формулы Пуассона в одномерном случае. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и ее решение методом Фурье. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в полосе. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Теорема о стабилизации решения задачи Коши. Теорема об оценке скорости убывании решения в ограниченной области при $t \to \infty$.	2			2
		Задача Коши для уравнения теплопроводности. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и ее решение методом Фурье.		2	4	6
3.	Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции. Уравнение Лапласа. Некорректность постановки задачи Коши. Постановка задач Дирихле и Неймана в ограниченной области. Радиально симметричные решения уравнения Лапласа. Принцип максимума. Доказательство единственности	2			2

		и непрерывной зависимости от граничных условий решения задачи Дирихле. Лемма о знаке производной гармонической функции в точке минимума. Строгий принцип максимума. Условие разрешимости задачи Неймана. Доказательство единственности решения задачи Неймана с точностью до константы. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Ослабление условий гладкости граничной функции в задаче Дирихле. Теорема о среднем (доказательство для круга). 1-я, 2-я теоремы Харнака. Неравенства Харнака. Теорема Лиувилля. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^2. Теорема об устранении особенности гармонических функций. Оценки Бернштейна производных гармонических функций. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^n. Функция Грина и ее свойства. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Внешние краевые задачи Дирихле и Неймана в R^2 и в R^n, n> 2 Определение обобщенной производной по Соболеву. Ее свойства. Пространства H^1 и H^1 . Неравенство Фридрихса. Определение операции усреднения, свойства. Вариационный метод. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в H1				
		Гармонические функции. Уравнение Лапласа. Решение задачи Дирихле для круга и кругового сектора методом Фурье		2	4	6

4.3. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1.	**I.**	1.Линейные уравнения второго порядка от 2-х независимых переменных. Приведение к каноническому виду методом характеристик. Классификация. 2.Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами от n независимых переменных. Приведение к каноническому виду. Классификация**.**	2	Отчет по индивидуальным заданиям. Проверка домашних работ. Тестирование
2.	**II.**	1. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. 2. Задача Коши для общего уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными и ее решение методом характеристик 3. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Решение методом Фурье.	2	Отчет по индивидуальным заданиям. Проверка домашних работ. Тестирование
3.	**III.**	1. Задача Коши для уравнения теплопроводности. 2. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и ее решение методом Фурье	2	Отчет по индивидуальным заданиям. Проверка домашних работ. Тестирование
4.	**IV.**	1. Гармонические функции. Уравнение Лапласа. 2. Решение задачи Дирихле для круга и кругового сектора методом Фурье	2	Отчет по индивидуальным заданиям. Проверка домашних работ. Тестирование

5. Примерная тематика рефератов, докладов, проектов:
Рефераты, доклады, проекты работы не предусмотрены.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. **Сидоров, Денис Николаевич.** Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения [Текст] / Д. Н. Сидоров ; рец.: В. К. Горбунов, А. Лоренци, В. С. Сизиков ; ред. М. В. Фалалеев ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2013. - 293 с. 34 экз.
2. **Кузнецов, Павел Александрович.** Аналитические решения начально-краевых задач с вырождением для нелинейного уравнения теплопроводности [Текст] / П. А. Кузнецов, А. Л. Казаков ; рец.: Г. В. Демиденко, Г. А. Рудых ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т мат., эконом. и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. - 99 с. 19 экз.
3. **Леонтьев, Роман Юрьевич**. Нелинейные уравнения в банаховых пространствах с векторным параметром в нерегулярных случаях/ Р. Ю Леонтьев ; рец.: А. П. Казаков, Н. А. Сидоров; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. – 101 с. 21 экз.
4. **Гражданцева, Елена Юрьевна**. Фундаментальные оператор-функции вырожденных дифференциальных операторов высокого порядка в банаховых пространствах/ Е. Ю. Гражданцева ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Свиридюк; Иркутский гос. ун-т. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. – 91. 25 экз.
5. **Орлов, Сергей Сергеевич**. Обобщенные решения интегро-дифференциальных уравнений высоких порядков в банаховых пространствах/ С. С. Орлов ; рец.: А. Л. Казаков, Д. Н. Сидоров; Иркут. гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2014. – 149 с. 17 экз.

б) дополнительная литература

1. **Ковеня, Виктор Михайлович**. Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики/ В. М. Ковеня ; отв. ред. Ю. И. Шокин; СО РАН, Ин-т выч. технологий. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2014. – 280 с.2 экз.

в) программное обеспечение

Программное обеспечение:

Microsoft Windows 7 Pro 64 bit (Сублицензионный договор №570 от 07.03.2017г.);

OpenOffice 4.1.3 Условия использования по ссылке: https://www.openoffice.org/licenses/PDL.html;

LibreOffice Условия использования по ссылке: http://www.LibreOffice.org/about-us/licenses/;

VLC Player 2.2.4 Условия использования по ссылке: http://www.videolan.org/legal.html;

PDF24Creator 8.0.2 Условия использования по ссылке: https://en.pdf24.org/pdf/lizenz_en_de.pdf;

7zip 16.04 Условия использования по ссылке:
http://7-zip.org/license.txt.

Браузер Google Chrome; Браузер Mozilia Firefox.

Программное обеспечение:

Microsoft Windows 7 Pro 64 bit (Сублицензионный договор №570 от 07.03.2017г.);

LibreOffice (распространяется бесплатно). Acrobat Reader (распространяется бесплатно).

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. https://isu.bibliotech.ru — электронно-библиотечная система ИГУ
2. http://e.lanbook.com — электронно-библиотечная система ЛАНЬ
3. http://rucont.ru — электронная библиотека РУКОНТ
4. http://ibooks.ru — электронно-библиотечная система ibooks

5. http://e-library.ru — научная электронная библиотека eLIBRARY
6. http://educa.isu.ru — образовательный портал ИГУ

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду: Компьютерный класс, оборудованный учебной мебелью на 25 посадочных мест, компьютерами с неограниченным доступом к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации; доска для маркеров; мобильный проектор Epson EB-X12, XGA1024*768.

8. Образовательные технологии:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU, более 20 полнотекстовых версий журналов по тематике курса. Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.
2. Электронная библиотека "Труды ученых ИГУ" (http://ellib.library.isu.ru). Доступ к полным текстам учебных пособий, монографий и статей сотрудников университета, осуществляемый с любого компьютера сети Иркутского государственного университета.
3. Общероссийский математический портал - информационная система Math-Net.Ru – доступ к российским математическим журналам и обзорам ВИНИТИ РАН
4. Журнал "Известия Иркутского университета. Серия Математика". Свободный доступ к электронным полнотекстовым версиям с 2007 г. осуществляется с сайта университета http://www.isu.ru/izvestia
5. Архив научных журналов JSTOR (http://www.jstor.org). Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.

9. Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

9.1 Оценочные средства текущего контроля:

- Тестирование по каждой теме изучаемого курса на открытом образовательном портале ИГУ http://educa.isu.ru.
- Индивидуальные семестровые задания.
- **Задача 1.**
- Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду.
-

1.1. $U_{xx} - 8U_{xy} - 9U_{yy} + 21U_x + 3U_y - U = 0$.

1.2. $2U_{xx} - 4U_{xy} - 6U_{yy} - U_x + 7U_y + 3U = 0$.

1.3. $3U_{xx} - 4U_{xy} + U_x - 3U_y + U = 0$.

1.4. $-7U_{xy} - 21U_{yy} + 2U_x - U_y + 4U = 0$.

1.5 $U_{xx} - 2U_{xy} - 8U_{yy} + 3U_y - U = 0$.

1.6 $U_{xx} - U_{xy} - 6U_{yy} + 2U_x - U = x$.

1.7 $4U_{xx} - 2U_{xy} - 6U_{yy} + 8U_x + U_y - U = y$.

1.8 $U_{xx} - 16U_{yy} + U_x + 3U_y - 6U = 0$.

1.9 $U_{xx} - 8U_{xy} + 2U_x - U_y - 5U = x + y$.

1.10 $6U_{xx} - U_{xy} - U_{yy} + U_x + U_y - U = 0$.

9.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации:

Вопросы к зачету

1. Уравнения в частных производных. Понятие решения. Уравнение колебаний струны, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа.
2. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристики. Методы интегрирования.
3. Линейные уравнения второго порядка от 2-х независимых переменных. Приведение к каноническому виду методом характеристик. Классификация.
4. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами от n независимых переменных. Приведение к каноническому виду. Классификация**.**
5. Постановка задачи Коши для уравнения колебаний струны. Вывод формулы Даламбера.
6. Область зависимости (решения от начальных условий). Существование, единственность, непрерывная зависимость от начальных условий решения задачи Коши.
7. Смешанная задача для полуограниченной струны. Решение методом нечетных и четных продолжений (в зависимости от типа краевого условия).
8. Смешанная задача для ограниченной струны.
9. Постановка задачи Коши для гиперболического уравнения. Теорема Ковалевской о единственности и локальной разрешимости задачи Коши для системы Ковалевской в классе аналитических функций (формулировка, доказательство единственности). Пример Адамара, иллюстрирующий, что для уравнений в частных производных, для которых решение задачи Коши существует и единственно, оно не обязательно непрерывно зависит от начальных данных. Пример Ковалевской, иллюстрирующий, что если система не является системой Ковалевской, то решение задачи Коши может не существовать.
10. Понятие характеристического направления и характеристической поверхности. Характеристические направления и поверхности для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа, для многомерного волнового уравнения. Постановка обобщенной задачи Коши с данными на нехарактеристической поверхности. Пример, показывающий, что если данные Коши заданы на характеристических поверхностях, решение задачи Коши может не существовать или не быть единственным.
11. Единственность решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных.
12. Формула Грина. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
13. Существование решения задачи Коши для волнового уравнения в случае неаналитических коэффициентов и начальных данных при n = 3. Формула Кирхгофа. Вывод.
14. Метод спуска. Вывод формулы Пуассона из формулы Кирхгофа. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона.
15. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Решение методом Фурье. Задача Штурма – Лиувилля. Собственные значения и собственные функции для различных типов краевых условий, их свойства. Интерпретация решения

смешанной задачи. Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны при помощи известных свойств рядов Фурье.

16. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Вывод формулы Пуассона в одномерном случае. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и ее решение методом Фурье.
17. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области.
18. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в полосе. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
19. Теорема о стабилизации решения задачи Коши. Теорема об оценке скорости убывании решения в ограниченной области при $t \to \infty$.
20. Гармонические функции. Уравнение Лапласа. Некорректность постановки задачи Коши. Постановка задач Дирихле и Неймана в ограниченной области. Радиально симметричные решения уравнения Лапласа.
21. Принцип максимума. Доказательство единственности и непрерывной зависимости от граничных условий решения задачи Дирихле.
22. Лемма о знаке производной гармонической функции в точке минимума.
23. Строгий принцип максимума. Условие разрешимости задачи Неймана. Доказательство единственности решения задачи Неймана с точностью до константы.
24. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Ослабление условий гладкости граничной функции в задаче Дирихле.
25. Теорема о среднем (доказательство для круга). 1-я, 2-я теоремы Харнака. Неравенства Харнака. Теорема Лиувилля.
26. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^2. Теорема об устранении особенности гармонических функций.
27. Оценки Бернштейна производных гармонических функций. Теорема об аналитичности гармонической функции в R^n.
28. Функция Грина и ее свойства. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
29. Внешние краевые задачи Дирихле и Неймана в R^2 и в R^n, $n > 2$
30. Определение обобщенной производной по Соболеву. Ее свойства. Пространства H^1 и H^2 . Неравенство Фридрихса.
31. Определение операции усреднения, свойства.
32. . Вариационный метод. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в H^1

Разработчики:

(подпись)

Профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ

М.В. Фалалеев

(подпись)

Доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ

Е.Ю. Гражданцева