



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)  
Институт математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Директор института  
 /Фалалеев М.В./  
« 7 » 06 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: 2.1.1.1(Ф) Нелинейный функциональный анализ и приложения

Научная специальность: 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Форма обучения: очная

Согласовано с УМК ИМИТ ИГУ  
протокол № 5 от « 5 » 06  
2024 г.

Председатель УМК  /Антоник В.Г./

Программа рассмотрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений « 3 » 06 2024 г. Протокол № 10  
Зав. кафедрой  /Фалалеев М.В./

Иркутск 2024 г.

## Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля)
2. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)
3. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы
4. Содержание дисциплины (модуля)
  - 4.1 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля)
  - 4.2 Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий
  - 4.3 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.
5. Примерная тематика рефератов (при наличии)
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):
  - а) основная литература;
  - б) дополнительная литература;
  - в) программное обеспечение;
  - г) интернет-ресурсы, базы данных, информационно-справочные и поисковые системы
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).
8. Образовательные технологии
9. Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
  - 9.1 Оценочные средства текущего контроля
  - 9.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

### 1. Цели и задачи дисциплины:

**Цель:** Получить представление о классических методах в теории бифуркации и в теории ветвления решений нелинейных уравнений.

#### Задачи:

- изучить дополнительные главы теории линейных операторов и теории возмущений линейных операторов;
- научиться использовать теоремы о неявном операторе в приложениях;
- научиться строить асимптотики решений нелинейных уравнений в окрестностях точек ветвлений.

### 2. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

**Знать:** о классических методах в теории бифуркации и в теории ветвления решений нелинейных уравнений.

**Уметь:** использовать теоремы о неявном операторе в приложениях.

**Владеть:** построением асимптотики решений нелинейных уравнений в окрестностях точек ветвлений.

### 3. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего академических часов	Курсы			
		1	2	3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	16		16		
В том числе:					
Лекции			8		
Практические занятия (ПЗ)			8		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	18		18		
В том числе:					
Реферат (при наличии)			-		
Контактная работа			2		
<i>Другие виды самостоятельной работы (подготовка к зачету)</i>			16		
<b>Промежуточная аттестация (всего)</b>	2		2		
В том числе:					
Контактная работа во время промежуточной аттестации			2		
Форма промежуточной аттестации (зачет)			зачет		
Общая трудоемкость	часы	36	36		
	зачетные единицы	1	1		

### 4. Содержание дисциплины

#### 4.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

Все разделы и темы нумеруются.

№	Наименование раздела	Содержание раздела дисциплины
1.	Нормально разрешимые операторы. Операторы с незамкнутой областью значений.	Фредгольмовы и нетеровы операторы. Основные определения теории разрешимости операторов, проверка из выполнения.
2.	Лемма Шмидта и регуляризатор Треногина.	Доказательство леммы Шмидта. Построение регуляризатора Треногина для дифференциальных и интегральных операторов.
3.	Псевдообратные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах.	Построение псевдообратных операторов в гильбертовых и банаховых пространствах.
4.	Теоремы о неявном операторе и их приложения в теории интегральных уравнений и краевых задач.	Применение теоремы о неявном операторе в нестандартных ситуациях в теории интегральных уравнений и краевых задач.
5.	Метод Ньютона-Канторовича в нелинейном анализе.	Построение последовательных приближений методом Ньютона-Канторовича в сингулярных случаях.
6.	Альтернативный метод Ляпунова-Шмидта в нелинейном анализе.	Применение альтернативного метода Ляпунова-Шмидта в сингулярных задачах при построении асимптотик и последовательных приближений в окрестностях точек бифуркации.

#### 4.2. Разделы и темы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах			
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1.	Нормально разрешимые операторы. Операторы с незамкнутой областью значений.	Фредгольмовы и нетеровы операторы. Основные определения теории разрешимости операторов, проверка из выполнения.	1			1
2.	Лемма Шмидта и регуляризатор Треногина.	Доказательство леммы Шмидта. Построение регуляризатора Треногина для дифференциальных и интегральных операторов.	2		1	3
		Построение регуляризатора Треногина для дифференциальных и интегральных операторов.		2	2	4
3.	Псевдообратные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах.	Методы решения интегральных уравнений и краевых задач.	1		2	3
4.	Теоремы о неяв-	Применение теоремы о неявном	1		2	3

	ном операторе и их приложения в теории интегральных уравнений и краевых задач.	операторе в нестандартных ситуациях в теории интегральных уравнений и краевых задач.				
		Методы решения интегральных уравнений и краевых задач.		2	2	4
5.	Метод Ньютона-Канторовича в нелинейном анализе.	Построение последовательных приближений методом Ньютона-Канторовича в сингулярных случаях.	1		2	3
		Сходимость метода последовательных приближений. Метод диаграммы Ньютона. Приложения метода диаграммы Ньютона в построении ветвей решений операторных уравнений.		2	2	4
6.	Альтернативный метод Ляпунова-Шмидта в нелинейном анализе.	Применение альтернативного метода Ляпунова-Шмидта в сингулярных задачах при построении асимптотик и последовательных приближений в окрестностях точек бифуркации.	1		2	3
		Вывод уравнения разветвления решений нелинейных операторных уравнений. Метод неопределенных коэффициентов Некрасова-Назарова в теории бифуркации. Простейшие теоремы существования точек бифуркации нелинейных операторов. Итерационные методы построения разветвляющихся решений и их регуляризация в смысле академика А.Н. Тихонова.		2	2	4
7.	Нормально разрешимые операторы. Операторы с незамкнутой областью значений.	Фредгольмовы и нетеровы операторы. Основные определения теории разрешимости операторов, проверка из выполнения.	1		1	2

#### 4.3. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства
1	2	3	4	5
1.	2	Построение регуляризатора Треногина для дифференциальных и интегральных операторов.	2	СР

2.	4	Методы решения интегральных уравнений и краевых задач.	2	СР
3.	5	Сходимость метода последовательных приближений. Метод диаграммы Ньютона. Приложения метода диаграммы Ньютона в построении ветвей решений операторных уравнений.	2	СР
4.	6	Вывод уравнения разветвления решений нелинейных операторных уравнений. Метод неопределенных коэффициентов Некрасова-Назарова в теории бифуркации. Простейшие теоремы существования точек бифуркации нелинейных операторов. Итерационные методы построения разветвляющихся решений и их регуляризация в смысле академика А.Н. Тихонова.	2	СР

### 5. Примерная тематика рефератов, докладов, проектов:

Рефераты, доклады, проекты работы не предусмотрены.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Теория ветвления решений нелинейных уравнений : научное издание / М. М. Вайнберг, В. А. Треногин. - М.: Наука, 1969. - 527 с. УДК 517.968 + 517.988.67, экз. 1
2. Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. - ISBN 978-5-9221-0804-1, экз 36
- Брюно, Александр Дмитриевич. Степенная геометрия в алгебраических и дифференциальных уравнениях / А.Д. Брюно. - М. : Наука.Физматлит, 1998. - 288 с. - ISBN 5020151688, экз. 2
3. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций : научное издание / М. А. Красносельский [и др.]. - М. : Наука, 1966. - 499 с. УДК 517.43 + 517.968, экз. 1
4. Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения : [Сб. ст.] / ред.: В. А. Треногин, А. Ф. Филиппов. - М. : Физматлит: Наука/ Интерпериодика, 2003. - 464 с. - ISBN 5-9221-0301-6, экз.

б) дополнительная литература

1. Сидоров, Денис Николаевич. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения [Текст] / Д. Н. Сидоров ; рец.: В. К. Горбунов, А. Лоренци, В. С. Сизиков ; ред. М. В. Фалалеев ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2013. - 293 с. 34 экз.
2. Кузнецов, Павел Александрович. Аналитические решения начально-краевых задач с вырождением для нелинейного уравнения теплопроводности / П. А. Кузнецов, А. Л. Казаков ; рец.: Г. В. Демиденко, Г. А. Рудых ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т мат., эконом. и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. - 99 с. 19 экз.
3. Леонтьев, Роман Юрьевич. Нелинейные уравнения в банаховых пространствах с векторным параметром в нерегулярных случаях/ Р. Ю Леонтьев ; рец.: А. П. Казаков, Н. А. Сидоров; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013.

– 101 с. 21 экз.

4. **Гражданцева, Елена Юрьевна.** Фундаментальные оператор-функции вырожденных дифференциальных операторов высокого порядка в банаховых пространствах/ Е. Ю. Гражданцева ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Свиридюк; Иркутский гос. ун-т. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. – 91. 25 экз.

5. **Орлов, Сергей Сергеевич.** Обобщенные решения интегро-дифференциальных уравнений высоких порядков в банаховых пространствах/ С. С. Орлов ; рец.: А. Л. Казаков, Д. Н. Сидоров; Иркут. гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2014. – 149 с. 17 экз.

6. **Ковеня, Виктор Михайлович.** Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики/ В. М. Ковеня ; отв. ред. Ю. И. Шокин; СО РАН, Ин-т выч. технологий. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2014. – 280 с.2 экз.

в) программное обеспечение

Программное обеспечение:

Microsoft Windows 7 Pro 64 bit (Сублицензионный договор №570 от 07.03.2017г.);

OpenOffice 4.1.3 Условия использования по ссылке:

<https://www.openoffice.org/licenses/PDL.html>;

LibreOffice Условия использования по ссылке: <http://www.LibreOffice.org/about-us/licenses/>;

VLC Player 2.2.4 Условия использования по ссылке: <http://www.videolan.org/legal.html>;

PDF24Creator 8.0.2 Условия использования по ссылке:

[https://en.pdf24.org/pdf/lizenz\\_en\\_de.pdf](https://en.pdf24.org/pdf/lizenz_en_de.pdf);

7zip 16.04 Условия использования по ссылке:

<http://7-zip.org/license.txt>.

Браузер Google Chrome; Браузер Mozilla Firefox.

Программное обеспечение:

Microsoft Windows 7 Pro 64 bit (Сублицензионный договор №570 от 07.03.2017г.);

LibreOffice (распространяется бесплатно). Acrobat Reader (распространяется бесплатно).

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <https://isu.bibliotech.ru> — электронно-библиотечная система ИГУ

2. <http://e.lanbook.com> — электронно-библиотечная система ЛАНБ

3. <http://rucont.ru> — электронная библиотека РУКОНТ

4. <http://ibooks.ru> — электронно-библиотечная система ibooks

5. <http://e-library.ru> — научная электронная библиотека eLIBRARY

6. <http://educa.isu.ru> — образовательный портал ИГУ

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Аудитория оборудована специализированной мебелью (столы, стулья, одинарная стеклянная меловая доска) и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории (стационарный проектор Casio XJ-M256, XGA1024\*768, ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz., экран). Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины..

Компьютерный класс, оборудованный учебной мебелью, компьютерами с неограниченным доступом к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации; доска для маркеров; мобильный проектор.

## **8. Образовательные технологии:**

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU, более 20 полнотекстовых версий журналов по тематике курса. Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.
2. Электронная библиотека "Труды ученых ИГУ" (<http://ellib.library.isu.ru>). Доступ к полным текстам учебных пособий, монографий и статей сотрудников университета, осуществляемый

с любого компьютера сети Иркутского государственного университета.

3. Общероссийский математический портал - информационная система Math-Net.Ru – доступ к российским математическим журналам и обзорам ВИНТИ РАН
4. Журнал "Известия Иркутского университета. Серия Математика". Свободный доступ к электронным полнотекстовым версиям с 2007 г. осуществляется с сайта университета <http://www.isu.ru/izvestia>
5. Архив научных журналов JSTOR (<http://www.jstor.org>). Доступ с любого компьютера, подключенного через прокси-сервер Иркутского государственного университета.
6. <https://isu.bibliotech.ru> — электронно-библиотечная система ИГУ

## **9. Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

### **9.1 Оценочные средства текущего контроля:**

#### **Тематика заданий для самостоятельной работы**

1. Принцип неподвижной точки Шаудера и его приложения.
2. Степень отображения и ее приложения в теории бифуркации.
3. Метод неопределенных коэффициентов Некрасова-Назарова в теории бифуркации.
4. Простейшие теоремы существования точек бифуркации нелинейных операторов.
5. Топологические теоремы существования точек бифуркации.
6. Вариационные теоремы о точках бифуркации.
7. Итерационные методы построения разветвляющихся решений и их регуляризация в смысле академика А.Н. Тихонова.

### **9.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации:**

#### **Примерный список вопросов к зачету**

1. Фредгольмовы и нетеровы операторы.
2. Операторы с незамкнутой областью значений.
3. Лемма Шмидта и регуляризатор Треногина.
4. Псевдообратные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах.
5. Теоремы о неявном операторе и их приложения в теории интегральных уравнений и краевых задач.
6. Метод Ньютона-Канторовича в нелинейном анализе.
7. Сходимость метода последовательных приближений.
8. Метод диаграммы Ньютона.
9. Приложения метода диаграммы Ньютона в построении ветвей решений операторных уравнений.
10. Вывод уравнения разветвления решений нелинейных операторных уравнений. Метод неопределенных коэффициентов Некрасова-Назарова в теории бифуркации.

Разработчики:



(подпись)



(подпись)

Профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ

М.В. Фалалеев

Доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ

Е.Ю. Гражданцева