



## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра теоретической физики



### Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины: Б1.О.13.02 Аналитическая геометрия

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Солнечно-земная физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета  
Протокол №38 от «18» апреля 2023 г.

Председатель



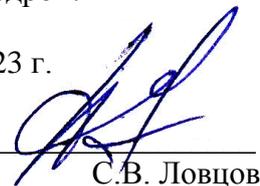
Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:

Протокол №6

От « 15 » марта 2023 г.

И.о. зав. кафедрой



С.В. Ловцов

Иркутск 2023 г.

## Содержание

I. Цели и задачи дисциплины (модуля).....	3
II. Место дисциплины в структуре ОПОП: .....	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины: .....	4
IV. Содержание и структура дисциплины .....	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов.....	5
4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	5
4.3. Содержание учебного материала .....	5
4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ .....	7
4.3.2 Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы .....	9
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	10
4.5. Примерная тематика курсовых работ .....	10
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:.....	10
а) список литературы .....	10
б) периодические издания .....	11
в) список авторских методических разработок.....	11
г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы.....	11
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	11
VII. Образовательные технологии: .....	11
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации .....	12
Приложение: фонд оценочных средств	

## **I. Цели и задачи дисциплины (модуля)**

Координатный метод формулировки и исследования геометрических вопросов относится к числу важнейших концепций современной математики. Его возможности и сфера применения выходят далеко за рамки тех простейших результатов, которые ныне принято относить к аналитической геометрии. Стандартный курс аналитической геометрии необходим для формирования общей физико-математической культуры, так как позволяет на уже знакомых студенту простых примерах осознать то, как алгебраические и аналитические методы используются для постановки и решения чисто геометрических задач. Кроме того, при изучении аналитической геометрии учащийся приобретает начальные навыки в проведении расчетов алгебраического характера с векторными и матричными объектами, учится сопоставлять им наглядное геометрическое истолкование. Элементарные вопросы геометрического содержания повсеместно возникают на различных этапах постановки и решения конкретных задач теоретической механики, электродинамики, оптики, квантовой механики и статистической физики.

### **Цели курса**

- 1) продемонстрировать использование векторных и матричных расчетов на примере рассмотрения хорошо известных вопросов элементарной геометрии в рамках координатного метода описания;
- 2) сообщить необходимую совокупность геометрических фактов и результатов, используемых в дальнейшем при изучении фундаментальных и прикладных дисциплин физико-математического цикла, необходимых будущему выпускнику в его повседневной деятельности;
- 3) пояснить геометрическое происхождение и содержание ряда основных физических величин, относящихся преимущественно к механике материальной точки и системы материальных точек.

### **Задачи курса**

- 1) формирование твердых навыков в постановке задач и в их решении координатным методом в случаях, когда геометрические объекты описываются системами линейных уравнений и неравенств;
- 2) овладение приемами и способами исследования линейных уравнений и систем линейных уравнений с двумя и тремя переменными с использованием векторного и матричного исчисления.

## **II. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Дисциплина «Аналитическая геометрия» является обязательной дисциплиной данного профиля подготовки.

1. Для изучения дисциплины, необходимы знания и умения из читаемой параллельно на пер-

вом курсе дисциплины «Математический анализ».

2. Знания и умения, приобретаемые студентами после изучения дисциплины, будут использоваться при изучении дисциплин «Механика», «Линейная алгебра» и «Теоретическая механика».

### III. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	ОПК-1
Индикаторы компетенции	ИДК <sub>ОПК1.1</sub> Использует математический аппарат для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.
	ИДК <sub>ОПК1.2</sub> Использует математический аппарат для теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.
	ИДК <sub>ОПК1.3</sub> Использует базовые знания в области физики в своей профессиональной деятельности.
Результаты обучения	<i>Знает:</i> основные понятия и характерные задачи аналитической геометрии, стандартные методы исследования базовых типов геометрических задач. <i>Умеет:</i> использовать векторное и матричное исчисление для формулировки и решения типовых геометрических задач в рамках координатного метода. <i>Владеет:</i> математическим аппаратом, применяемым для решения таких вопросов геометрического содержания, которые возникают как промежуточные этапы в процессе исследования конкретных физических моделей и задач.

### IV. Содержание и структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов, в том числе 67 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 34 аудиторных часов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

#### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	С	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	1-16	1	180	34	16	34	1	87	Практическое задание; экзаменационные задачи
Итого:			180	34	16	34	1	87	

#### 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
1	Тема 1-16	Задание в виде задачи	После пройденных тем	87	Демонстрация готовых решений	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.

#### 4.3. Содержание учебного материала

##### Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1 МАТРИЦЫ И ДЕТЕРМИНАНТЫ 2x2 И 3x3

**Тема 1.** Координатный метод формулировки и исследования геометрических вопросов, его роль в рамках современной математики. Основные системы координат, используемые на практике: прямоугольная декартова, косоугольная декартова, цилиндрическая и сферическая. Преобразования координат и свойства симметрии.

**Тема 2.** Матрицы  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$  и их связь с линейными преобразованиями координат. Детерминанты матриц преобразования в двух и трех измерениях, правила вычисления, основные свойства и геометрический смысл. След матрицы и его свойства.

**Тема 3.** Правило умножения матриц и его геометрическая мотивировка. Теорема о детерминанте произведения матриц. Представление об обратной матрице как матрице обратного преобразования. Вырожденные матрицы, критерий существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы в случае матриц  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ .

**Тема 4.** Квадратные системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными, критерий однозначной разрешимости и формулы Крамера. Представление о методе Гаусса. Геометрическое истолкование однозначной разрешимости, несовместной системы и системы с бесконечным числом решений. Ортогональные матрицы и их свойства.

## Раздел 2 ВЕКТОРЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

**Тема 5.** Векторы как направленные отрезки. Совокупности векторов. Линейная независимость и линейная зависимость совокупности векторов. Базисные векторы и разложение заданного вектора. Координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатном представлении.

**Тема 6.** Изменение координат вектора при замене базиса и начала координат. Представление евклидовых движений с фиксированным началом ортогональными матрицами. Поворот и сдвиг прямоугольной декартовой системы координат. Матрица поворота и ее свойства. Некоммутативность трехмерных поворотов.

**Тема 7.** Скалярное произведение векторов, его линейность. Векторное произведение и его свойства. Кососимметричность. Представление векторное произведение в ортогональном базисе при помощи символического определителя. Формула для двойного векторного произведения “ $\mathbf{BA} \times \mathbf{CA} \times \mathbf{BA}$ ”. Смешанное произведение и его геометрический смысл.

## Раздел 3 ГЕОМЕТРИЯ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

**Тема 8.** Способы задания прямой линии на плоскости: векторное уравнение в параметрической форме, нормальное векторное уравнение, каноническое уравнение и общее уравнение в декартовой системе координат. Случаи параллельности и перпендикулярности двух прямых, угол между двумя прямыми. Расстояние от заданной точки до заданной прямой.

**Тема 9.** Способы задания плоскости в пространстве: векторное уравнение в параметрической форме, нормальное векторное уравнение и общее уравнение в декартовой системе координат.

нат. Переход от одной формы к другой. Плоскость, проходящая через три данные точки. Расстояние от заданной точки до заданной плоскости. Угол между двумя плоскостями.

**Тема 10.** Направляющий вектор прямой, параметрическое уравнение прямой в пространстве. Описание прямой в терминах векторного произведения. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Переход от одного способа задания к другому. Параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые.

**Тема 11.** Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Построение взаимного перпендикуляра для таких прямых. Ортогональная проекция прямой на плоскость в случае их пересечения, разложение направляющего вектора на две взаимно перпендикулярные компоненты. Параметрическое уравнение перпендикуляра к плоскости.

**Тема 12.** Пучок плоскостей, способы его описания. Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Вычисление расстояния от заданной точки до заданной прямой в пространстве. Уравнение перпендикуляра, опущенного из заданной точки на заданную прямую.

#### Раздел 4 КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

**Тема 13.** Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости и стандартная его запись. Вырожденные и невырожденные кривые второго порядка. Три типа кривых второго порядка: эллиптический, параболический и гиперболический. Эллипс, парабола и гипербола как конические сечения.

**Тема 14.** Основные геометрические свойства эллипса, параболы и гиперболы. Фокальные точки, эксцентриситет и директрисы для этих кривых. Уравнение невырожденной кривой второго порядка в полярной системе координат. Уравнение касательной к кривой в заданной точке.

**Тема 15.** Изменение коэффициентов в общем уравнении кривой второго порядка при преобразовании декартовой системы координат. Три инварианта кривой второго порядка. Использование инвариантов для приведения уравнения кривой второго порядка к простейшему виду. Инварианты как матричные характеристики.

**Тема 16.** Уравнение кривой второго порядка как квадратичная форма двух переменных. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований. Каноническая система координат, переход к ней путем поворота и последующего сдвига системы.

#### **4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ**

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Раздел 1, Тема 1	Основные системы координат, линейные преобразования декартовых	2	Задание на семинаре в	ОПК-1

		координат и свойства симметрии.		виде задачи	
2.	Раздел 1, Тема 2	Матрицы $2 \times 2$ и $3 \times 3$ , их связь с аффинными преобразованиями координат. Детерминанты.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
3.	Раздел 1, Тема 3	Операция умножения матриц и ее свойства. Существование обратной матрицы.	3	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
4.	Раздел 1, Тема 4	Квадратные системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными, формулы Крамера. Представление о методе Гаусса.	3	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
5.	Раздел 2, Тема 5	Базисные векторы и разложение заданного вектора в базисе. Векторы в координатном представлении.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
6.	Раздел 2, Тема 6	Поворот прямоугольной декартовой системы координат. Матрица поворота и ее свойства.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
7.	Раздел 2, Тема 7	Скалярное произведение, векторное произведение, смешанное произведение и их свойства.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
8.	Раздел 3, Тема 8	Прямая линия на плоскости, способы задания. Вычисление расстояния от точки до прямой.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
9.	Раздел 3, Тема 9	Плоскость в трехмерном пространстве, способы задания. Вычисление расстояния от точки до плоскости.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
10.	Раздел 3, Тема 10	Прямая в пространстве, способы задания. Параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся прямые.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
11.	Раздел 3, Тема 11	Расстояние между скрещивающимися прямыми и взаимный перпендикуляр. Ортогональная проекция прямой на плоскость.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
12.	Раздел 3, Тема 12	Прямая линия как пересечение двух плоскостей и пучок плоскостей. Расстояние от точки до прямой в пространстве.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
13.	Раздел 4, Тема 13	Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. Вырожденные и невырожденные кривые второго порядка. Три типа кривых второго порядка.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
14.	Раздел 4, Тема 14	Основные свойства эллипса, параболы и гиперболы. Фокальные точки, эксцентриситет и директрисы. Уравнение касательной.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
15.	Раздел 4, Тема 15	Инварианты кривой второго порядка и их использование для приведения уравнения кривой простейшему виду. Инварианты как матричные характеристики.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1
16.	Раздел 4, Тема 16	Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду с помощью поворота и последующего сдвига.	2	Задание на семинаре в виде задачи	ОПК-1

### 4.3.2 Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Системы координат, преобразования координат.	Внеаудиторная, решение задач	Найти изменение декартовых координат заданных точек при сдвиге и повороте.	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ и Стронские сайты	2
2	Матрицы и детерминанты.	Внеаудиторная, решение задач	Действия с матрицами 2x2 и 3x3. Вычисление детерминантов.		2
3	Умножение матриц, обратная матрица.	Внеаудиторная, решение задач	Нахождение обратной матрицы для невырожденных матриц 2x2 и 3x3.		2
4	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.	Внеаудиторная, решение задач	Случай однозначной разрешимости, применение формул Крамера. Представление о методе исключения Гаусса.		2
5	Разложение заданного вектора в базисе.	Внеаудиторная, решение задач	Найти компоненты данного вектора в заданном базисе.		2
6	Описание поворотов с помощью матриц.	Внеаудиторная, решение задач	По заданной ортогональной матрице определить направление оси и угол поворота.		2
7	Свойства векторного и смешанного произведения.	Внеаудиторная, решение задач	Использование векторного и смешанного произведения при вычислении площадей или объемов фигур.		3
8	Взаимное расположение точек и прямой на плоскости.	Внеаудиторная, решение задач	Вычисление координат проекции заданной точки на данную прямую и точки, симметричной относительно прямой.		3
9	Расположение точек и плоскости в пространстве.	Внеаудиторная, решение задач	Вычисление координат проекции заданной точки на данную плоскость и точки, симметричной относительно плоскости.		3
10	Способы задания прямой в пространстве, направляющий вектор прямой	Внеаудиторная, решение задач	Связь векторного уравнения прямой в параметрической форме к каноническими, вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.		3
11	Задачи на скрещивающиеся прямые.	Внеаудиторная, решение задач	Построение уравнения взаимного перпендикуляра для двух скрещивающихся прямых.		3

12	Прямая линия и пучок плоскостей.	Внеаудиторная, решение задач	Построение уравнения перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.		10
13	Эллипс, парабола и гипербола.	Внеаудиторная, решение задач	Построение кривых второго порядка по заданным фокальным точкам, эксцентрисистету или директрисе.		10
14	Уравнение касательной к кривой.	Внеаудиторная, решение задач	Построение касательных к кривым второго порядка, свойства фокальных точек.		10
15	Инварианты кривой второго порядка.	Внеаудиторная, решение задач	Использование инвариантов для приведения уравнения кривой простейшему виду.		10
16	Изменение коэффициентов уравнения при поворотах.	Внеаудиторная, решение задач	Построение поворота, в результате которого уравнение кривой содержит только квадраты абсциссы и ординаты.		10
17	Коэффициенты уравнения кривой при сдвигах.	Внеаудиторная, решение задач	Переход к каноническому уравнению и канонической системе координат.		10

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

В разделе 4.3.2 студентам для самостоятельного углубленного изучения дисциплины (параллельно с лекциями) предлагаются задачи по изучаемым разделам. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, представленные в литературе из п. 5, а затем решит предложенные геометрические задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится в виде контрольных опросов на практических занятиях.

#### 4.5. Примерная тематика курсовых работ

Учебным планом не предусмотрено написание курсовых работ.

#### V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

##### а) список литературы

основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] / Д. В. Беклемишев. - Москва : Лань", 2015. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1844-2
2. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2009. - 512 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0908-2
3. Цубербиллер, О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - Москва : Лань, 2009. - 336 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0475-9
4. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]:

учеб. пособие / Л. А. Беклемишева [и др.]. - Москва : Лань, 2008. - 496 с. : ил. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр.: с. 495. - ISBN 978-5-8114-0861-0  
дополнительная литература

1. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с. - Режим доступа: ЭБС "Айбукс". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9221-1139-3
2. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев, авт. И. С. Соминский. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0427-8

#### **б) периодические издания**

- нет .

#### **в) список авторских методических разработок**

- нет

#### **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Рукопт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе.
- 

#### **VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

#### **VII. Образовательные технологии:**

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятель-

ности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

### VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

8.1 Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

8.2 Оценочные средства текущего контроля.

1	Проекция точки $P(1;5;2)$ на плоскость $2x - y - z + 11 = 0$ имеет координаты	1) $P'(-1;6;3)$ 2) $P'(1;4;2)$ 3) $P'(2;5;1)$
2	Проекция точки $P(1;3;-4)$ на плоскость $3x + y - 2z = 0$ имеет координаты	1) $P'(-1;4;2)$ 2) $P'(-2;2;-2)$ 3) $P'(2;-5;-1)$
3	Проекция точки $P(5;2;-1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$ имеет координаты	1) $P'(1;3;-2)$ 2) $P'(1;4;-7)$ 3) $P'(1;-3;1)$
4	Проекция точки $P(4;1;6)$ на плоскость $x - y - 4z + 3 = 0$ имеет координаты	1) $P'(1;2;-2)$ 2) $P'(1;4;-7)$ 3) $P'(5;0;2)$
5	Проекция точки $P(-2;-6;1)$ на плоскость $2x + y - 2z + 3 = 0$ имеет координаты	1) $P'(0;-5;-1)$ 2) $P'(1;3;-2)$ 3) $P'(-1;1;2)$
6	Расстояние от точки $P(2;-1;3)$ до прямой $\frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}$ равно	1) $\sqrt{114}$ 2) $\sqrt{124}$ 3) $\sqrt{144}$
7	Расстояние от точки $P(1;-2;2)$ до прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ равно	1) $\sqrt{14}$ 2) $\sqrt{16}$ 3) $\sqrt{18}$
8	Расстояние от точки $P(-1;2;3)$ до прямой $\frac{x+7}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$ равно	1) $\sqrt{94}$ 2) $\sqrt{114}$ 3) $\sqrt{134}$

9	Расстояние от точки $P(0;2;1)$ до прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ равно	1) $\sqrt{40}$ 2) $\sqrt{42}$ 3) $\sqrt{44}$
10	Расстояние от точки $P(0;3;-1)$ до прямой $\frac{x+6}{5} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ равно	1) $\sqrt{1644}$ 2) $\sqrt{1664}$ 3) $\sqrt{1684}$
11	Расстояние от точки $P(-5;2;3)$ до прямой $\frac{x+7}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$ равно	1) $\sqrt{11}$ 2) $\sqrt{12}$ 3) $\sqrt{14}$
12	Расстояние от точки $P(2;2;-2)$ до прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ равно	1) $\sqrt{25}$ 2) $\sqrt{35}$ 3) $\sqrt{45}$
13	Расстояние от точки $P(0;3;1)$ до прямой $\frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ равно	1) $4\sqrt{19}$ 2) $4\sqrt{21}$ 3) $4\sqrt{23}$
14	Расстояние от точки $P(7;-2;3)$ до прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{2}$ равно	1) $\sqrt{221}$ 2) $\sqrt{241}$ 3) $\sqrt{261}$
15	Расстояние от точки $P(4;-1;3)$ до прямой $\frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}$ равно	1) $\sqrt{68}$ 2) $\sqrt{78}$ 3) $\sqrt{88}$
16	Площадь треугольника, построенного на двух векторах, составляет от модуля их векторного произведения долю	1) $1/6$ 2) $1/3$ 3) $1/2$
17	Для $3 \times 3$ матрицы $A$ отношение $\det(A)/\det(-A)$ равно	1) $+1$ 2) $-1$ 3) $2$
18	Квадратная система однородных уравнений имеет нетривиальное решение, если детерминант матрицы коэффициентов	1) $>0$ 2) $=0$ 3) $<0$
19	Объем призмы, построенной на трех векторах, составляет от их смешанного произведения долю	1) $1/6$ 2) $1/3$ 3) $1/2$
20	Из свойств: (а) коммутативность, (б) ассоциативность, (с) дистрибутивность при умножении на скаляр, операция сложения векторов удовлетворяет	1) (а) 2) (а), (б) 3) (а), (б), (с)
21	Количество инвариантов кривой второго порядка равно	1) $1$ 2) $2$ 3) $3$
22	Скалярное произведение двух векторов ортогонального репера равно	1) $0$ ; 2) $+1$ ; 3) $-1$
23	Количество независимых параметров в параметрическом уравнении плоскости равно	1) $1$ ; 2) $2$ ; 3) $3$
24	Векторное произведение двух коллинеарных векторов равно	1) нуль-вектору 2) орту 3) единичному вектору
25	Детерминант ортогональной матрицы может принимать значения	1) $+1$ 2) $-1$



14		Использование инвариантов для приведения уравнения кривой простейшему виду.	ОПК-1
15		Переход к каноническому уравнению кривой второго порядка и построение канонической системы координат.	ОПК-1
1.	Экзамен	Все разделы	

### Демонстрационный вариант контрольной работы

- 1).  $P(1;5;2)$ ;  $2x - y - z + 11 = 0$ .    2).  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ ;  $2x - y + 2z + 9 = 0$ .
- 3).  $\frac{x+4}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{-2}$ ;  $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-5}$ .    4).  $9x^2 - 6xy + y^2 - \sqrt{10}x - 3\sqrt{10}y = 0$ .
- 5).  $\frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}$ ;  $P(2;-1;3)$ .

Условия заданий: 1) найти расстояние от точки до плоскости и координаты проекции точки на плоскость; 2) найти канонические уравнения проекции прямой на плоскость; 3) найти расстояние между скрещивающимися прямыми и уравнения взаимного перпендикуляра; 4) привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить каноническую систему координат; 5) найти расстояние от точки до прямой и координаты проекции точки на прямую.

### Пример вопросов для собеседования

Объяснить геометрический смысл детерминанта матрицы невырожденного линейного преобразования координат.

Перечислить основные свойства детерминантов на примере матриц размером  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ .

Описать метод решения систем линейных уравнений на основе формул Крамера.

Пояснить сущность метода исключения Гаусса для решения системы линейных уравнений.

Объяснить связь между однозначной разрешимостью квадратной системы линейных уравнений и характером линейного преобразования координат, заданного соответствующей матрицей.

Перечислить свойства матриц поворота в двух и трех измерениях.

Проиллюстрировать коммутативность поворотов в двух измерениях и некоммутативность в трех измерениях.

Объяснить геометрический смысл векторного и смешанного произведения.

Указать способы задания плоскости в пространстве и объяснить связь между ними.

Предложить не менее двух различных способов нахождения координат проекции заданной точки на заданную плоскость.

Перечислить способы задания прямой в пространстве и пояснить связь между ними.

Предложить не менее двух различных способов нахождения уравнений ортогональной проекции прямой, пересекающей заданную плоскость под углом, отличным от прямого.

Указать основные свойства фокальных точек и директрис невырожденной кривой второго порядка.

Описать применение инвариантов кривой второго порядка для получения канонического уравнения кривой.

Для кривой второго порядка пояснить содержание понятия канонической системы координат и методику ее построения.

### Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

1. Свойства и вычисление детерминантов  $3 \times 3$  различными методами.
2. Операции сложения и умножения матриц.
3. Решение квадратных систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.
4. Методы нахождения обратной матрицы для несингулярных матриц  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ .
5. Применение детерминантов при вычислении векторного и смешанного произведения.
6. Использование векторного и смешанного произведения для нахождения площадей и объемов некоторых геометрических фигур.
7. Формула для вычисления двойного векторного произведения и тождество Лагранжа для четырех векторов.
8. Вычисление расстояния от точки до плоскости в пространстве, нахождение координат проекции и симметричной точки.
9. Нахождения уравнений ортогональной проекции прямой, которая пересекает заданную плоскость под углом, отличным от прямого.
10. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми и построение уравнений взаимного перпендикуляра.
11. Уравнения пучка плоскостей и их применение при решении геометрических задач.
12. Вычисление расстояния от точки до прямой в пространстве, построение перпендикуляра к прямой через заданную точку.
13. Свойства фокальных точек и директрис невырожденной кривой второго порядка.
14. Применение инвариантов кривой второго порядка для получения канонического уравнения кривой.
15. Построение канонической системы координат для кривой второго порядка с одновременным приведением уравнения кривой к каноническому виду.

### Пример тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, указанных выше п.3:

1	Проекция точки $P(5;2;-1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$ имеет координаты	1) $P'(1;3;-2)$ 2) $P'(1;4;-7)$ 3) $P'(1;-3;1)$
2	Для $3 \times 3$ матрицы $A$ отношение $\det(A)/\det(-A)$ равно	1) $+1$ 2) $-1$ 3) $2$
3	Скалярное произведение двух векторов ортогонального репера равно	1) $0$ 2) $+1$ 3) $-1$
4	Площадь треугольника, построенного на двух векторах, составляет от модуля их векторного произведения долю	1) $1/6$ 2) $1/3$ 3) $1/2$

Разработчики:



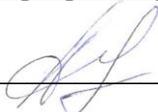
доцент кафедры теоретической физики

А.Э. Растегин

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики  
«15» марта 2023 г.

Протокол № 6 И.о. зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.В. Ловцов



**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**