МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
__________ /Н.М. Буднев
"20" апреля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.О.13.04 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Солнечно-земная физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета
Протокол №38 от «18» апреля 2023 г.

Председатель __________
Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:
Протокол №6
От « 15 » марта 2023 г.

И.о. зав. кафедрой __________
С.В. Ловцов

Иркутск 2023 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины:

Многие физические законы, которым подчиняются те или иные явления, записываются в виде математического уравнения, выражающего определенную зависимость между какими-то величинами. Часто речь идет о соотношении между величинами, изменяющимися с течением времени, например, экономичность двигателя, измеряемая расстоянием, которое автомашина может проехать на одном литре горючего, зависит от скорости движения автомашины. Соответствующее уравнение содержит одну или несколько функций и их производных и называется дифференциальным уравнением. (Темп изменения расстояния со временем определяется скоростью; следовательно, скорость – производная от расстояния; аналогично, ускорение – производная от скорости, так как ускорение задает темп изменения скорости со временем.) Большое значение, которое имеют дифференциальные уравнения для математики особенно для ее приложений, объясняются тем, что к решению таких уравнений сводится исследование многих физических и технических задач.

Дифференциальные уравнения играют существенную роль и в других науках, таких, как биология, экономика и электротехника; в действительности, они возникают везде, где есть необходимость количественного (числового) описания явлений. Все дифференциальные уравнения можно разделить на обыкновенные (ОДУ), в которые входят только функции (и их производные) от одного аргумента, и уравнения с частными производными (УРЧП), в которых входящие функции зависят от многих переменных. Существуют также стохастические дифференциальные уравнения (СДУ), включающие случайные процессы.

Дифференциальное уравнение содержит в своей записи неизвестную функцию, ее производные и независимые переменные; однако не любое уравнение, содержащее производные неизвестной функции, является дифференциальным уравнением. Стоит также отметить, что дифференциальное уравнение может вообще не содержать неизвестную функцию, некоторые её производные и свободные переменные, но обязано содержать хотя бы одну из производных.

Порядок, или степень дифференциального уравнения — наибольший порядок производных, входящих в него.

Решением (интегралом) дифференциального уравнения порядка n называется функция y(x), имеющая на некотором интервале (a, b) производные y'(x),y"(x),...,y(n)(x) до порядка n включительно и удовлетворяющая этому уравнению. Процесс решения дифференциального уравнения называется интегрированием. Вопрос об интегрировании дифференциального уравнения считается решенным, если нахождение неизвестной функции удается привести к квадратуре, независимо от того, выражается ли полученный интеграл в конечном виде или нет.

Целью курса является изучение однородных и неоднородных линейных и нелинейных дифференциальных уравнений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении. Знания, полученные при изучении курса, формируют математическую культуру, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений.

Задачи

Данная дисциплина призвана решать следующие задачи:

- изучение и овладение методами решения дифференциальных уравнений;
- изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений;
- овладение методами интегрирования различных типов и видов дифференциальных уравнений;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение студентами знаний по применению ДУ в различных разделах физики при исследовании физических явлений.

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые и функциональные множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина дифференциальные уравнения является обязательной для освоения по данному профилю. Основные требования к входным знаниям связаны со знаниями и навыками, владением вычислительными методами и приемами решения стандартных задач, приобретенными при изучении дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра. Изучаемая дисциплина является базовой для изучения таких дисциплин как «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Методы математической физики», а также ряда дисциплин теоретической физики: «Теоретическая механика», «Квантовая теория» «Теория конденсированного состояния», а также большинства учебных дисциплин профиля «фундаментальная физика».

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	ОПК-1
Индикаторы компетенции	ИДК $_{\text{ОПК1.1}}$ Использует математический аппарат для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.
	ИДК $_{\text{ОПК1.2}}$ Использует математический аппарат для теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.
	ИДК $_{\text{ОПК1.3}}$ Использует базовые знания в области физики в своей профессиональной деятельности.
Результаты обучения	*Знает:* определения и понятия, включая их свойства, основные примеры и границы их применения. *Умеет*: решать стандартные задачи и упражнения. *Владеет*: методами и приемами доказательств теорем и утверждений, способами и методами вычислений.

IV. Содержание и структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных еденицы, 144 часа, в том числе 91 час контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 32 аудиторных часа.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся , практическую подготовку и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	1-16	3	144	32	32	32	1	27	Практическое задание
Итого:			144	32	32	32	1	27	

4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
3	Тема 1-4	Задание на семинаре	После пройденных тем	27	Демонстрация готовых решений	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

Введение

Понятия и термины теории дифференциальных уравнений (ДУ). Классификация ДУ.

Физические задачи, приводящие к ДУ. Задача Коши и краевая задача. Интегральные кривые. Ломаная Эйлера. Геометрическая интерпретация уравнения y'=f(x,y).

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Простейшие ДУ 1-го порядка, сводящиеся к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные уравнения 1-го порядка. Линейные однородные уравнения, линейные неоднородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Метод вариации постоянной. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Два способа интегрирования уравнений в полных дифференциалах. Интегрируемые комбинации. Интегрирующий множитель и теорема Эйлера о существовании интегрирующего множителя. Дифференциальные уравнения, заданные в неявной форме и не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра (ов) для интегрирования уравнений, заданных в неявной форме. Уравнение Клеро.

Теорема Пикара о существовании и единственности решения уравнения $y'=f(x,y)$.Доказательство теоремы Пикара. Метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений.

2. Дифференциальные уравнения n-го порядка.

Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения в случае различных и кратных корней характеристического уравнения. Уравнения Эйлера и метод их решения. Линейные однородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами (общий случай) и свойства их решений. Операторная форма записи: линейный дифференциальный оператор. Линейная зависимость системы функций. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости системы функций. Теорема о линейной независимости системы решений линейного дифференциального уравнения n-го порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства). Линейные неоднородные уравнения. Методы интегрирования линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов; метод вариации постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля и интегрирование уравнений второго порядка.

Интегрирование ДУ с помощью рядов. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

3. Системы дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Матричная запись системы ДУ. Свойства решений системы линейных однородных уравнений 1-го порядка. Линейная зависимость системы вектор-функций. Принцип суперпозиции. Определитель Вронского системы вектор-функций и теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений. Методы интегрирования систем уравнений с постоянными коэффициентами.

4. Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений

Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина краевой задачи. Свойства функции Грина. Метод построения функции Грина. Пример построения. Решение неоднородной краевой задачи. Дельта-функция Дирака и краевая задача. Определение и свойства дельта-функции Дирака.

4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	Дифференциальные уравнения первого порядка	10	Комплект заданий	ОПК-1
2	2	Дифференциальные уравнения n-го порядка	9	Комплект 3заданий	ОПК-1
3	3	Системы дифференциальных уравнения	9	Комплект заданий	ОПК-1
4	4	Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений	4	Комплект заданий	ОПК-1

4.3.2 Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	Контрольное задание	Комплект заданий	См. п. 5. а) основная и дополнительная литература	6
2	Дифференциальные уравнения n-го порядка	Контрольное задание	Комплект заданий	См. п. 5. а) основная и дополнительная литература	7
3	Системы дифференциальных уравнений	Контрольное задание	Комплект заданий	См. п. 5. а) основная и дополнительная литература	7
4	Краевые задачи и функция Грина	Контрольное задание	Комплект заданий	См. п. 5. а) основная и дополнительная литература	7

Контрольные задания, поименованные в предыдущей таблице

	Тема контрольного задания	Номера задач	Срок выполнения
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	790 791 798 801 809 815 817 828	2 недели
2	Дифференциальные уравнения n-го порядка	45 54 60, 116 121 236 275 279 300 426 837 840 844 865	2 недели
3	Системы дифференциальных уравнений	643, 665, 672, 674, 683, 1278 1280 1282 1291, 1292, 1311, 1318	1 неделя
4	Краевые задачи и функция Грина	693 697 701 708 726 727 731 736 737 742, 751 1354 1362 1366 1371 1381 1419 1444 1450 1452	2 недели

<u>Требования по выполнению домашнего задания</u>

Задание выполняется в отдельной тетради (12 или 24 листа)
Задание должно быть выполнено полностью.
Решения задач, должны быть полными и, при необходимости, должны содержать обоснования или пояснения. Обязательно указывать условия задач и полученный ответ.

Задание оценивается по 5 –ти бальной системе.
0 баллов - задание не выполнялось
1 балл - задание не выполнено
2 балла - выполнено половина задания
3 балла - выполнено ¾ задания
4 балла - хорошее выполнение
Комплекты заданий по каждой теме формируются по сборнику задач Филиппов А.Ф. «Сборник задач по дифференциальным уравнениям»

4.4 Методические указания по организации самостоятельной работы студентов
Организация самостоятельного углубленного изучения дисциплины основана на выполнении комплектов контрольных домашних заданий (5-7 заданий). В перечень контрольных заданий включаются задачи по темам, не рассматриваемым на практических аудиторных занятиях. Это предполагает самостоятельный характер работы студента по изучению ряда дидактических единиц. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, использую основную и дополнительную литературу, а затем решит предложенные задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится путем выставления баллов по 5-ти бальной накопительной системе (баллы суммируются) за выполненные контрольные задания.
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)
Учебным планом написание курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) список литературы

основная литература

1. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л. Э. Эльсгольц. - 8-е изд. - М.: Изд-во ЛКИ, 2014. - 309 с. - ISBN 978-5-382-01491-3 (50 экз.)
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2010. - 429 с. - ISBN 978-5-8114-0988-4 (50 экз.)
3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - 5-е изд. - М. : Либроком, 2013. - 237 с. - ISBN 978-5-397-03637-5 (40 экз.)

дополнительная литература

1. Эльсгольц, Л. Э. Вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. - 7-е изд. - М.: Изд-во ЛКИ, 2008. - 205 с. - ISBN 978-5-382-00639-0 (10 экз.)
2. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - М.: Изд-во МГУ, 1999. - 798 с. - ISBN 5211041380 (26 экз.)

б) периодические издания

- нет .

в) список авторских методических разработок

- нет

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

http://library.isu.ru/ - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы доступны по логину и паролю НБ ИГУ:

- https://isu.bibliotech.ru/ - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- http://e.lanbook.com - ЭБС «Издательство «Лань»;
- http://rucont.ru - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- http://ibooks.ru/ - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе;

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

VII. Образовательные технологии

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

VIII. Оценочные средства (ОС)

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

8.1. Оценочные средства для входного контроля

Оценочные средства для входного контроля не используются, так как дисциплина содержит в основном новые знания. Используемые же в дисциплине знания и простейшие методы вычислений освоены студентами в рамках аналитической геометрии, которая изучается в первом семестре непосредственно перед изучением данной дисциплины. Поэтому не рационально и нет необходимости, выделять учебное время на проведение входного контроля.

8.2. Оценочные средства текущего контроля

Оценочные средства текущего контроля и контроля самостоятельной работы студентов состоят из контрольных письменных заданий, составленных из наборов задач и упражнений рекомендованных в п. 5 основной и дополнительной литературы.

Варианты контрольных заданий

Вариант № 1 1 $(2e^{y}-x)y'=1$ 146 2 $y''+2y'-3y=x^2e^x$ 542 3 $x^2y''-xy'+y=8x^3$ 593 4 $y''-2(1-tg(x^2)y=0,\quad y_1=tg(x)$ 635
Вариант № 2 1 $(1-2xy)y'=y(y-1)$ 150 2 $y''-4y'+8y=Sin(2x)$ 543 3 $x^3y''-2xy=6\ln(x\ )$ 595 4 $(e^x+1)y''-2y'-e^xy=0,\quad y_1=e^x-1$ 637
Вариант № 3 1 $y'=\dfrac{y}{3x-y^2}$ 149 2 $y''+3y'-4y=xe^{-x}$ 541 3 $x^2y''-6y=8x^2$ 597 4 $y''-tg(x)y'+2y=0,\quad y_1=Sin(x)$ 639
Вариант № 4 1 $2x^2y'+xy+1=0$ 140 2 $y''-4y'+8y=e^{2x}$ 543 3 $x^2y''+xy'+4y=10x$ 594 4 $y''+4xy'+(4x^2+2)y=0,\quad y_1=e^{x^2}$ 642
Вариант № 5 1 $(2x+1)y'=4x+2y$ 137 2 $y''-2y'+y=6xe^x$ 545 3 $x^2y''-3xy'+5y=3x^2$ 596 4 $y''-2(1-tg(x^2)y=0,\quad y_1=1+xtg(x)$ 635
Вариант № 6 1 $y=x(y'-x\cos(x)$ 141 2 $y''+4y'+4y=xe^{2x}$ 547 3 $x^2y''-6y=5x^3$ 597 4 $(e^x+1)y''-2y'-e^xy=0,\quad y_1=\dfrac{1}{e^x+1}$ 637
Вариант № 7 1 $(xy'-1)\ln(x)=2y$ 143 2 $y''-5y'=3x^2$ 548 3 $x^2y''-2y=Sin(\ln x\ )$ 598 4 $y''+4xy'+(4x^2+2)y=0,\quad y_1=xe^{x^2}$ 642

Примечание: Студент успешно прошел обучение в семестре и готов к сдаче экзамена, если он знает и понимает формулировки основных понятий и определений, знает формулировки теорем, умеет применять понятия и теоремы для решения задач и упражнений**,** знает методы решения и успешно решает задачи и упражнения, может привести примеры, характеризующие основные понятия.

8.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Форма проведения промежуточной аттестации — экзамен.

Примерный список вопросов к экзамену

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Простейшие ДУ 1-го порядка, сводящиеся к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные однородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Метод вариации постоянной. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрируемые комбинации. Интегрирующий множитель и теорема Эйлера о существовании интегрирующего множителя. Дифференциальные уравнения, заданные в неявной форме и не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра (ов) для интегрирования уравнений, заданных в неявной форме. Теорема Пикара о существовании и единственности решения уравнения $y'=f(x,y)$. Доказательство теоремы Пикара. Метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений.

Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения в случае различных и кратных корней характеристического уравнения. Уравнения Эйлера и метод их решения. Линейные однородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами (общий случай) и свойства их решений. Операторная форма записи: линейный дифференциальный оператор. Линейная зависимость системы функций. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости системы функций. Теорема о линейной независимости системы решений линейного дифференциального уравнения n-го порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства). Линейные неоднородные уравнения. Методы интегрирования линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов; метод вариации постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля и интегрирование уравнений второго порядка. Интегрирование ДУ с помощью рядов. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Матричная запись системы ДУ. Свойства решений системы линейных однородных уравнений 1-го порядка. Линейная зависимость системы вектор-функций. Принцип суперпозиции. Определитель Вронского системы вектор-функций и теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений. Методы интегрирования систем уравнений с постоянными коэффициентами. Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина краевой задачи. Свойства функции Грина. Метод построения функции Грина. Пример построения. Решение неоднородной краевой задачи. Дельта-функция Дирака и краевая задача. Определение и свойства дельта-функции Дирака.

Пример тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, указанных выше п.3:

Вопросы	Варианты ответов
1 Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения можно записать	А) в виде линейной комбинации двух линейно независимых решений Б) в виде суммы двух частных решений В) в виде линейной комбинации двух частных решений
2 Метод вариации постоянной можно применять для следующих дифференциальных уравнений первого порядка:	А) для линейных однородных уравнений первого порядка Б) для линейных неоднородных уравнений первого порядка В) для уравнений Бернулли и Риккатти
3 Если задача Коши решена, то это означает, что	А) найдено единственное решение Б) найдено множество решений

	В) найдена полная система решений
4 Если для уравнения первого порядка найден интегрирующий множитель, то	А) дифференциальное уравнение можно записать в виде первого дифференциала, равного нулю Б) дифференциальное уравнение имеет единственное решение В) дифференциальное уравнение имеет множество решений

Разработчик:

_________________ доцент кафедры теоретической физики В.А.Карнаков

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики
«15» марта 2023 г.
Протокол № 6 И.о. зав. кафедрой _________________ С.В. Ловцов